



*Комитет по делам образования г. Челябинска
Муниципальное общеобразовательное
учреждение «Средняя общеобразовательная
школа с углубленным изучением отдельных
предметов №104 г. Челябинска»*



Развитие мышления учащихся на уроках математики

Пособие для учителя



Автор: Кузнецова В.А.,
учитель математики
МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска»

Челябинск, 2021

Введение

Тема развития мышления учащихся стала особенно актуальной в последние годы в связи с указом Президента России: правительству РФ поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству образования.

Для учителей математики задача развития мышления особенно значима, близка. Талантливые, опытные учителя математики во все времена уделяли должное внимание развитию интеллектуальных способностей учащихся, но в данный период возможен и нужен союз всех учителей по решению поставленной цели.

Актуальны проблемы развития интеллекта для родителей, ученых, методистов, психологов. Множество людей слушая замечательные лекции Черниговской Т.В., читая книги Курпатова А. о мышлении, задаются вопросами: Что представляет собой мозг? Как он устроен? Как строение мозга влияет на интеллектуальную деятельность учащихся, взрослых людей? Какое особое значение в строении мозга ретикулярной формации, в направленности нашей психической деятельности? Как развивать мышление?

Авторы книг про одаренных детей отмечают, что немало творческих людей в детстве испытывали значительные проблемы при обучении, общении со сверстниками, были не поняты учителями, их интеллектуальный потенциал оставался незамеченным обществом, родителями. Так Линда Мур в книге «Как тренировать интеллект»¹ с тревогой замечает: «Я познакомилась с множеством взрослых людей, которые:

- чувствовали, что их интеллектуальные и творческие задатки не были развиты в рамках школьной системы;

¹ Л.П. Мур Как тренировать интеллект

- высказывали предположение, что если бы новые подходы к обучению одаренных детей применялись в их время, то многое было бы у них по-другому;

- считали, что при соответственном обучении могли бы развить свои задатки до уровня гения...»

Таким образом, проблема развития мышления учащихся – одна из приоритетных задач школы, особенно в свете требований международных исследований PISA, TIMS, Pirls.

В образовании наблюдается смена акцентов, можно сказать меняется мода на инновации: некоторое время активно пропагандировалась педагогика сотрудничества, на смену педагогике сотрудничества пришла мода на «нестандартные уроки», затем был период увлечения вопросами общественного управления школой, далее возникли задачи по замене или соединении ЗУН и компетенций. При этом в МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска» все время приоритетное внимание уделялось формированию духовных ценностей, то есть вопросам воспитания и вопросам овладения конкретными развивающими технологиями.

Работа отдельного учителя, в том числе учителя математики будет эффективней, если весь педагогический коллектив будет работать согласованно, опираясь на определенные технологии, педагогические практики. Поэтому в данном пособии предлагаются материалы о системе работы педколлектива МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска» и опыт работы учителя математики по развитию мышления учащихся.

Возглавляя многие годы Казанский университет, уделяя значительное внимание преподавательской работе, Н.И. Лобачевский утверждал: «В математике важнее всего способ преподавания».

Глава I

Развитие логического и креативного мышления учителя и учащихся на основе современных технологий. Опыт педколлектива МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска».

«Искалечить мышление гораздо легче, чем любой орган человеческого тела, а излечить его очень трудно. А позже совсем невозможно. ... И один из самых «верных» способов уродования мозга и интеллекта – формальное заучивание знаний. Именно таким способом производятся «глупые» люди, то есть люди с атрофированной способностью суждений» Философ Э. Ильенков

По известному утверждению одного из южнокорейских политиков «качество системы образования не может быть выше качества работающих в ней учителей». Первостепенной заботой руководителя, администрации школы при решении современных образовательных задач является выстраивание системы по оказанию помощи учителю в осознании изменения ценностей в образовании, в освоении современных педагогических технологий. Прежде чем решать вопросы развития мышления, личности учащихся, необходимо, но недостаточно создать условия для профессионального роста учителя. Можно наблюдать примеры ситуаций, когда учителя, администрация школы делают ставку на одну из современных технологий (обратный класс, технология критического мышления, проблемное обучение и т.д.). В первые годы существования нашей школы такая идея рассматривалась. Анализ, изучение литературы, размышления убедили: одной универсальной технологии нет. Об этом убедительно писал В.А. Сухомлинский.

Чтобы развивать мышление должна быть в системе реализована совокупность технологий, педагогических практик. Но, при этом важно понимать, что особое значение в развитии личности учащегося имеет

фактор эрудиции, духовного богатства учителя. Универсальной технологии нет, но есть приоритетные технологии.

Первой по направленности на развитие мышления является технология проблемного обучения. «Мышление всегда начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия. Проблемной ситуацией определяется вовлечение личности в мыслительный процесс» Рубинштейн С.Л.².

На заседаниях кафедр, особенно кафедры ЕМЦ (естественно-научного, математического цикла), учителями неоднократно обсуждались проблемы создания и разрешения проблемных ситуаций. Это были «муки» и радость творчества: придумывали свои названия способам создания проблемных ситуаций, проигрывали их. Технология проблемного обучения исключительно важна в плане развития мышления учащихся, если она грамотно организована, но она должна быть дополнена еще рядом техник, приемов и приходим к новой, более полной, системной технологии, а именно к технологии деятельностного метода (ТДМ), в редакции Петерсон Л.Г., в основе которой лежит системно-деятельностный подход.

Приезд Л.Г. Петерсон в Челябинск, выступление перед педагогами произвели огромное впечатление на учителей нашей школы, присутствовавших на встречах. На семинарах, заседаниях кафедр подробно обсуждались способы ведения уроков открытия новых знаний, уроков рефлексии, контроля, роль мотивации, актуализации знаний, значение эталонов и так далее. Но только после поездки в Москву с группой педагогов на недельное обучение на курсах «Школа 2000...», и особенно после 3-х дневных курсов (на каникулах) специалиста «Школы 2000» Сеницыной В.В., которая была приглашена в школу, произошел прорыв в овладении учителями ТДМ. Педсоветы, фестиваль открытых

² С.Л. Рубинштейн Основы общей психологии Питер, 2002 г., 720 стр. ISBN 5-314-00016-4

уроков, конференции способствовали тому, что большинство педагогов школы владеют и реализуют ТДМ в редакции Петерсон Л.Г.

В своих работах, пособиях авторы ТДМ доказывают необходимость соблюдения всех составляющих учебной деятельности: мотивации, целеполагания, создания проблемной ситуации, осмысления способа решения пробного действия и т.д. (См. 9 этапов урока открытия новых знаний в пособии «Типология уроков деятельностной направленности в образовательной системе «Школа 2000» авторы: Л.Г. Петерсон, М.А. Кубышева).

В данной технологии обязательна работа с ПУУД, РУУД, КУУД, так как учащиеся при построении проекта выхода из затруднения ставят собственные цели, определяют способы их достижения, выдвигают гипотезы; по эталонам осуществляют самооценку; работают в парах и группах (по 4 человека), а главное они учатся учиться и осознают способы своего развития, самоизменения.

В работах, лекциях разработчиков данной технологии четко выделяют ценность, необходимость создания затруднений, приводят слова Ж.Ж. Руссо «Среди многих боковых тропинок, сокращающих дорогу к знанию, нам нужна всего одна – одна, которая бы научила нас искусству приобретать знания с ЗАТРУДНЕНИЯМИ».

Следующая ценная педагогическая находка в системе работы педколлектива МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска», способствующая развитию мышления – это системная работа по формированию, развитию и диагностике УУД, в первую очередь ПУУД. Именно ПУУД (познавательные универсальные учебные действия) главные помощники в решении проблем, пробных действий. В этом аспекте незаменимую помощь оказывают Логические 5-ти минутки, представленные в работа Воровщикова С.Г. и пятиминутки, разработанные нашими учителями.

«Не мыслям надо учить, а учить мыслить» призываем мы словами Э. Канта и педагогов, и учащихся.

Логические пятиминутки – это один из педагогических инструментов развития логического мышления. Логические пятиминутки формируют развивают не логическое мышление вообще, а конкретный перечень умений, овладев которыми, ученик будет способен корректно анализировать и синтезировать, сравнивать, обобщать, определять понятия, доказывать и опровергать.

Следующая целенаправленная системная работа, как необходимое условие для продуктивного мышления – это овладение навыками смыслового чтения. Проведен не один семинар, посвященный данному вопросу, разработано пособие «Талантливый читатель», в котором дан конкретный материал для бесед. Например: О важности умения читать или Что такое диалог с текстом; Как работают с книгой ученые; Что такое сортировка материала и т.д.

Еще одна технология, которой владеют пока некоторые учителя – это технология французских мастерских. Она (технология) описана в книге А. Окунева «Как учить не уча или 100 мастерских по математике, литературе и для начальной школы» . Французская группа Нового образования.

18 педагогов нашей школы по группам ездили, изучали опыт преподавателей в Америке, Франции, Швеции, Финляндии. В Америке «заразились» идеей обратного класса. Но, данная технология, как никакая другая, требует умения учиться самостоятельно, должны быть качественно отработаны, сформированы РУУД, умение работать с текстом. Если эти условия выполнены, тогда технология обратного класса даст значительный результат в развитии, в умении заниматься самообразованием.

Также педколлектив третий год является федеральной инновационной площадкой по технологиям формирующего и

критериального оценивания, муниципальной инновационной площадкой по психолого-педагогическому сопровождению технологий формирующего и критериального оценивания. Изучаются, используются отдельные приемы, педагогические практики по активизации мыслительной деятельности учащихся. Дружба, сетевое взаимодействие с 47 школой г. Екатеринбурга, однодневные курсы для наших педагогов, позволили овладеть приемами, так называемыми, Сингапурскими технологиями.

Реализация задачи развития логического и креативного мышления привели к необходимости осмыслить накопленный опыт, представить его в виде определенной системы.

Таблица 1

Развитие мышления на основе современных технологий.



Не все элементы системы реализуются каждым учителем, но часть технологий по соответствующему Положению о реализации современных технологий в МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска» должны быть и

осуществляться в обязательном порядке и это дает свои позитивные результаты.

Для того, чтобы учащиеся были готовы к международным исследованиям PISA, TIMSS, Pirls, поставлена задача педагогическому коллективу: овладения технологиями, приемами развития креативного мышления и их систематическое использование.

А.М. Лобок в статье «Принципы качественного обновления государственных стандартов в области общего образования»³ отмечает «К сожалению, когда школа делает акцент на учебном знании, которое нужно просто запомнить и воспроизвести, собственная исследовательская активность ребенка угасает».

На ряду с задачей развития логического мышления перед педагогическим коллективом была поставлена не менее важная задача – развития способностей учащихся мыслить творчески, креативности.

Развивать креативность нужно на определенной основе, это: нацеленность на исследовательский поиск, осознание возможности различных вариантов решения, умение вести диалог с самим собой, с окружающим миром.

И вновь в школе шел анализ: что мы уже умеем в своей педагогической деятельности по развитию креативности, что нужно освоить?

Естественно, в первую очередь было необходимо актуализировать теоретические знания. Самостоятельно, на заседаниях кафедр, с привлечением психологов изучали труды Эльконина Д.Б., Давыдова В.В., Рахимова А.З., современные статьи, пособия, слушали лекции Черниговской Т., Курпатова А., Гатанова Ю.Б. (технология эффективного развития детей). Следующий этап: на заседаниях кафедр проводились практикумы по решению практико-ориентированных задач (ПОЗ),

³ 1. Лобок А.М. «Принципы качественного обновления государственных стандартов в области общего образования»

компетентностно-ориентированных заданий, задач, аналогичных задачам в исследованиях PISA, TIMSS, Pirls. В итоге, на данном этапе имеем следующую систему по овладению способами развития креативного мышления.

Таблица 2.

Развитие креативного мышления.



Эта схема важна для первого этапа обстоятельной работы педколлектива. В ней некоторые опорные точки. Так, отмечается важность овладения элементами ТРИЗ – теории решения изобретательских задач, такими разделами, как ЖСТЛ – жизненная стратегия творческой личности, АРИЗ – алгоритм решения изобретательских задач. Далее все эти направления будут уточняться, дополняться. Важно включиться в эту работу учителю, а дети с удовольствием поддержат, так как им это близко, интересно, часто ярко, запоминающе.

Остановимся на одном виде деятельности в плане развития креативности – это открытые задачи.

А.Гин – специалист по ТРИЗ – педагогике, отмечает: «В школе решают «закрытые» задачи (из пункта А в пункт В...), а жизнь ставит перед человеком открытые задачи и в зазор между первыми и вторыми зачастую проваливается интерес учеников»⁴.

⁴ Гин А. Открытые задачи как инструмент развития креативности

Для реализации принципа открытости рекомендуется использовать задачи следующих типов:

- Проблемные задачи
- Задачи – процессы (с неполным процессом данных; учащиеся должны добавить условие, сформулировать и решить задачу)
- С открытыми концами (задачи, которые учащиеся могут переформулировать, получая условие)
- Порождающие («углубляя» которые, можно получить новые, более сложные, иллюстрирующие интересные математические идеи)
- Поисковые.

Многие математические задачи можно превратить в открытые.

Сравнение 2 типов задач⁵

	Закрытые задачи	Открытые задачи
Условие задачи	Предусматривают четкую и однозначную трактовку условий решения проблем	Имеют размытое условие из которого недостаточно ясно, как действовать, что использовать при решении, но понятен требуемый результат.
Решение	Задачи такого типа как правило имеют одно правильное решение	Такие задачи предполагают разнообразие путей решения.

Задача 1

С одной и той же станции в одно и тоже время вышли в противоположных направлениях 2 поезда. Скорость одного 50 км/ч, а другого 85 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3 часа?

Открытая задача 1ый вариант:

С одной и той же станции вышли 2 поезда. Скорость одного 50 км/ч, а другого 85 км/ч. Сформулируйте вопрос к задаче и решите её

⁵ Подробнее см. статью Методы развития креативного мышления на уроках математики Е.С. Кочеровская

Открытая задача 2-ой вариант:

С одной и той же станции в одно и тоже время вышли 2 поезда. Скорость одного 50 км/ч, а другого 85 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 часа?

Открытая задача 3-ий вариант:

С одной и той же станции в одно и тоже время вышли 2 поезда по маршруту Москва-Казань. Скорость одного 50 км/ч, а другого 85 км/ч. На сколько часов раньше придёт второй поезд?

Задача на поиск информации

Все это примеры заданий, которые можно использовать на многих уроках и это не сложно.

В внеурочной деятельности и на уроке можно использовать задания типа теста Дж. Гилфорда:

Придумать как можно больше вариантов использования не по прямому назначению предметов:

- *Скрепка*
- *Утюг*
- *Банан*
- *Пояс*

Для этих заданий рекомендуется использовать реальные предметы, например, поясок, лента раздается на группы и проводится конкурс на вариативность, оригинальность.

Следующие задания могут быть связаны с изучением свойств предмета, явления. В каждой науке, учебном предмете изучаем определенные свойства, признаки, нужно понять эту общность.

Интересные опыты по развитию вариативности представляет интернет. К примеру, группа взрослых людей под руководством психологов соревнуется в поиске разнообразных свойств кружки в течение 30 минут.

Наверное, стоит потратить несколько минут урока, чтобы учебный предмет связать с чем-то близкими учащимся, реальными ситуациями.

Кен Робинсон, в глубокой, увлекательной книге «Образование против таланта» отмечает: *«Нам необходимо понять, что развитие природных способностей к воображению, творчеству и инновациям – это не вопрос нашего выбора, а необходимость».*

Подведем некоторые итоги.

Вопросы развития личности, развития мышления декларировались в педагогике всегда. Но именно на данном этапе развития общества, психологии, педагогики, как науки, решение обозначенной задачи стало объективно необходимо.

Наша школа, педагогический коллектив, имея основательный опыт овладения современными педагогическими технологиями, большинство из которых направлено на развитие мышления (технология проблемного обучения, ТДМ, ТРИЗ, технология групповых форм организации учащихся, технология критического мышления...), позволяет нам быть уверенными, что мы сумеем решать поставленные перед российской школой сложные, но интересные задачи, которые поднимут педагогику на новый уровень развития.

Глава II

Теоретический аспект.

II.1. Проблемы обучения и умственного развития в школьном возрасте.

Математика обычно считается самым трудным предметом школьного обучения. Причину этого видят, прежде всего, в абстрактности ее содержания. Такое объяснение выглядит особенно убедительным, когда речь идет об учащихся начальной школы. Известно, что интеллект детей этого возраста находится, как правило, на сенсомоторной стадии. Это означает, что действия с абстрактными объектами для них, действительно, весьма затруднительны.

Вместе с тем, трудности, испытываемые учащимися при изучении математики, имеют, по мнению ряда психологов, дидактов и, по мнению автора данной работы, другие причины. Они связаны с тем, на какую психологическую основу опирается учебный процесс:

- а) какое понимание природы человеческих способностей реализуется в этом процессе,
- б) как представляется процесс развития интеллекта и характер отношений между обучением и развитием,
- в) какая модель процесса усвоения лежит в основе учебного процесса.

В психологии ни по одной из названных составляющих нет единой точки зрения, следовательно, неизбежен выбор.

Если обратимся к первой составляющей – природе человеческих способностей, - то увидим, что в психологии существует две диаметрально противоположных точки зрения. Согласно одной из них источник способностей заложен в *наследственности*. Это означает, что человеку «на роду написано», какие у него будут способности и каков будет уровень их развития. Учителя математики, приверженцы генетической природы математических способностей, часто объясняют плохую успеваемость

ученика по математике тем, что у него нет математических способностей, т.е. фактически снимают с себя ответственность за успехи учащихся.

Сторонники второй точки зрения, к числу которых, относится и автор данной работы, также *признают важную роль наследственности в развитии способностей, но видят в ней не источник их развития, а всего лишь условия этого развития.* В качестве же источника развития человеческих способностей выступает социальный опыт.

Если учитель математики придерживается первой точки зрения на человеческие способности, т.е. считает, что математиками рождаются, то его главная задача состоит в выявлении этих способностей, в создании условий для самореализации учащихся. При занятии второй позиции задача учителя куда трудней: он должен обеспечить формирование математических способностей у обучаемых в процессе изучения ими математических дисциплин.

Другой важнейший вопрос о соотношении обучения и развития. На его значимость указывали многократно Выготский Л.С., Эльконин Д.Б., Давыдов В.В.

Вопрос об отношении обучения и развития ребенка в школьном возрасте представляет собой центральный и основной вопрос, без которого проблемы педагогической психологии «... не могут быть не только правильно решены, но даже поставлены» (Л.С. Выготский, 91г.)

В настоящее время на данный вопрос также существует две точки зрения. *Согласно одной из них* представленной главным образом в работах Ж. Пиаже, развитие, умственное развитие *не зависят от обучения.* Обучение рассматривается, как внешнее вмешательство в процесс развития, которое может оказывать влияние лишь на некоторые особенности этого процесса, несколько задерживая или ускоряя появление и время протекания отдельных закономерно сменяющихся стадий интеллектуального развития, и их психологического содержания.

При решении вопроса о соотношении обучения и развития автор данной работы придерживается другой точки зрения, четко выраженной в работах Л.С. Выготского: *обучение ведет за собой развитие*. Если обучение основано на принципе развития. Он ввел понятие зоны *ближайшего развития*, в которой ребенок еще самостоятельно не может выполнять данную деятельность, но уже может выполнить ее при помощи взрослого. Выполняя эту деятельность при постоянно уменьшающейся помощи взрослого, ребенок переходит из зоны ближайшего развития в зону *актуального развития*, в которой он уже эту деятельность может выполнять вполне самостоятельно.

Вчитываясь в работы Эльконина Д.Б. и Выготского Л.С., можно заметить определенную разницу во взглядах о взаимосвязи обучения и развития.

С точки зрения Выготского Л.С. «... обучение не есть развитие, но правильно организованное, оно ведет за собой детское умственное развитие, вызывает к жизни ряд таких процессов, которые вне обучения вообще сделались бы невозможными. Обучение есть, таким образом, внутренне необходимый и всеобщий момент в процессе развития у ребенка не природных, но исторических особенностей человека. *Всякое обучение является источником развития*, вызывающим к жизни ряд таких процессов, которые без него вообще возникнуть не могут».⁶

С точки зрения Эльконина Д.Б. «Признание ведущей роли обучения для психического развития в целом, для умственного развития в частности *вовсе не есть* признание того, что *всякое обучение определяет развитие*. Сама постановка вопроса о развивающем обучении, о соотношении обучения и развития предполагает, что обучение может быть разным. *Обучение может определять развитие и может быть совершенно нейтральным* по отношению к нему».⁷

⁶ Выготский Л.С. Педагогическая психология.

⁷ Д.Б. Эльконин Избранные психологические труды.

Принятие точки зрения Эльконина Д.Б. ставит проблему выявления условий, при которых обучение дает наибольший эффект развития.

Рассмотрению некоторых наиболее значимых в обучении условий, *способствующих развитию ребенка и технологиям их реализации, посвящена данная работа.*

Но нельзя объять необъятное. Для получения более конкретных результатов необходимо было определиться: какая сторона обучения является наиболее значимой для умственного развития с учетом возрастных особенностей? Для ответа на этот вопрос, прежде всего надо было выяснить, что главное в умственном развитии школьника, т.е. какую сторону его умственного развития надо совершенствовать, чтобы все оно поднялось на новую, более высокую ступень.

Умственное развитие включает в себя ряд психических процессов. Это – развитие наблюдательности и восприятия, памяти, мышления и, наконец, воображения. Как следует из специальных психологических исследований, каждый из этих процессов связан с остальными. Однако связь не неизменна на всем протяжении детства: в каждом периоде ведущее значение для развития остальных имеет какой-либо один процесс. Так, в раннем детстве главное значение приобретает развитие восприятия, в дошкольном возрасте – памяти.

К началу младшего школьного возраста и восприятие, и память уже прошли довольно длинный путь развития. Теперь для их дальнейшего совершенствования необходимо, чтобы *мышление* поднялось на новую, более высокую ступень.

«По-видимому, одной из главнейших функций, которая играет основную роль в умственном развитии ребенка в школьном возрасте, является мышление».⁸

⁸ Выгодский Л.С. Педагогическая психология

Для того чтобы формировать и развивать мышление, надо, прежде всего, знать закономерности, которым оно подчиняется.

Рассмотрим далее более подробно: роль мышления в учебном процессе, его общую характеристику, виды мышления.

«Ни один наставник не должен забывать, что его главнейшая обязанность состоит в приучении воспитанников к умственному труду и что эта обязанность более важна, нежели передача самого предмета»

К.Д. Ушинский

II.2. Роль мышления ученика в современном процессе обучения.

В разные эпохи, при различных системах обучения мышлению отводилась неодинаковая роль. Так, в средневековье, когда обучение носило в основном догматический характер, учебная деятельность ограничивалась механическим заучиванием сообщаемых педагогом сведений, которые учащиеся должны были принимать на веру. Роль мышления при таком обучении была относительно невелика, основная нагрузка ложилась на память.

На смену догматическому пришло обучение объяснительно-иллюстративное, при котором резко увеличивается объем сведений, сообщаемых ученикам, повышается активность учащегося (в силу необходимости делать выводы, обобщения, решать различные задачи), роль мышления существенно возрастает.

В современной школе роль мышления еще более возрастает. В настоящее время ученику необходимо не просто приобрести знания, умения, навыки, освоить сложившиеся способы человеческой деятельности, но и овладеть творческим подходом к ее осуществлению. Как отмечает польский педагог В. Оконь, в настоящее время «нужно

произвести изменения в иерархии дидактических понятий. В этой иерархии занимаемое до сих пор место памяти должны занять мышление и деятельность самих учеников».

II.3. Мышление, его особенности и виды

С помощью мышления человек познает окружающий мир. Однако познание может осуществляться и без мышления с помощью одних органов чувств (чувственное познание), дающее человеку разного рода ощущения, восприятия и представления о внешнем мире. Чувственное познание является непосредственным, ибо оно осуществляется в результате прямого контакта человека, его органов чувств, с познаваемым объектом.

Мышление – это процесс сознательного отражения действительности в таких объективных ее свойствах, связях и отношениях, в которые включаются и недоступные чувственному восприятию объекта. (А.Н.Леонтьев).

Мышление – неразрывно связанный с речью социально обусловленный психический процесс самостоятельного искания и открытия существенно нового, т.е. опосредованного и обобщенного отражения действительности в ходе ее анализа и синтеза, возникающих на основе практической деятельности и далеко выходящей за ее пределы.⁹

В развитых своих формах «мышление постольку процесс отражения объектов, поскольку оно есть творческое преобразование их субъективных образов в сознании человека, их значения и смысла для разрешения реальных противоречий в обстоятельствах жизнедеятельности людей, для образования новых целей, открытия новых средств и планов их достижения».

Суммируя основные моменты в этих определениях можно сказать, что мышление – это психологический процесс, который является

⁹ Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение

опосредованным отражением общего и существенного в действительности. Как и остальные психические процессы, оно выполняет регулирующую функцию по отношению к поведению человека, поскольку связано с образованием целей, средств, программ деятельности.

Мышление является свойством сложной функциональной системы, складывающейся в мозгу человека (т.е. высокоорганизованной материи).

Мышление – это процесс социально обусловленный. Социальное происхождение имеют не только приемы и операции мышления. Мышление невозможно без знаний, добытых в ходе человеческой истории.

II.4. Содержательная сторона мышления

Мышление всегда имеет какое-то содержание и представляет собой изменение содержания: непонятное становится понятным, когда связывается с прошлым опытом, проблемная ситуация в процессе ее разрешения становится обычной ситуацией деятельности и т.д.

Образ представляет собой целостное отражение действительности, в котором одновременно представлены основные перцептивные категории (пространство, движение, форма и т.п.)

Представление есть образ предмета или явления, возникающий на основе прошлого опыта путем его воспроизведения в памяти или воображении.

Об эмпирических и научных понятиях речь пойдет ниже.

II.5. Функционально – операционная сторона мышления

К этой стороне мышления относят его «техническую оснащенность» – операции, приемы и способы, благодаря которым становится возможным то или иное изменение содержания.

Можно выделить две различные группы операций. Первая группа тесно связана с содержанием субъективного опыта. Это своего рода

действенный фонд знаний. Вторая группа операций характеризует общие мыслительные способности (интеллект), не связанные с определенным содержанием, которые можно применить к любому содержанию мышления (например, анализ, синтез, обобщение, сравнение и т.д.). К общим мыслительным операциям относят анализ, синтез, обобщение, сравнение, абстракцию.

Общие операции могут быть объединены в более крупные единицы – приемы мыслительной деятельности. Прием – это система операций анализа, синтеза, абстракции, обобщения, организованная для решения задач того или иного типа.

II.6. Процесс мышления

Мышление разворачивается во времени как процесс, даже если создается впечатление, что его результат появляется почти мгновенно. Поэтому необходимо изучать внутренние причины, которые приводят к достижению тех или иных продуктов мышления.

Движущей силой процесса мышления являются возникающие противоречия, хотя мыслительные процессы всегда уникальны, в них возможно видение общих черт. Рассмотрим это на примере этапов разрешения проблемной ситуации. Проблемная ситуация всегда возникает как некое препятствие, разрыв в деятельности.

Осознание проблемной ситуации есть первый этап разрешения проблемы. На втором этапе происходит выделение того, что известно, и того, что неизвестно. В результате проблема превращается в *задачу*. На третьем этапе происходит *ограничение зоны поиска* (на основе представления о типе задачи, структуры, опыта соответствующего задаче). На четвертом этапе появляются *гипотезы* (предположения). Пятый этап представляет собой *реализацию гипотезы*, а шестой – ее *проверку*. Если проверка подтверждает гипотезу, то наступает *реализация решения*.

II.7. Виды мышления

В психологии принято несколько классификаций мышления.

По *содержанию* мышления выделяют:

- конкретно-действенное в практической манипулятивной деятельности, непосредственно включенное в практическую деятельность, не выделяющееся из нее;
- наглядно-образное мышление с опорой на образы восприятия или образы представления, в нем отсутствует в развернутом виде абстрагирование;
- теоретическое (отвлеченное) мышление, которое совершается в форме абстрактных понятий, рассуждений. Данная классификация основана на зависимости от связи между чувственными и отвлеченными элементами.

По *степени новизны и оригинальности* выделяют:

- репродуктивное (глобальное), воспроизводящее мышление
- творческое (продуктивное) мышление, в котором решается проблема, вырабатывается новая стратегия, обнаруживается нечто новое.

II.8. Что значит развивать мышление?

Нередко в практике работы можно встретиться с таким явлением, когда учитель в плане урока пишет или устно называет как одну из целей урока: развитие мышления; но что конкретно вкладывается в это понятие объяснить не может. Изучение литературы по данному вопросу показало, что понятие «развитие мышления» раскрывается различными психологами по – разному.

Выготский Л.С. выдвинул гипотезу о происхождении внутренних умственных процессов из внешней деятельности.

Блонский П.П. показал, что развитие мышления связано с развитием ребенка. Действие переходит в мысль, мысль рождает действие – такова диалектика динамических переходов и взаимосвязей воли и мышления.

Леонтьев А.И. под развитием психики ребенка понимал развитие как внешней, так и внутренней деятельности. Признаком перехода от одной стадии развития к другой является изменение ведущего типа деятельности, от совершенствования которого зависят главнейшие изменения в психических процессах и особенностях личности ребенка на данной стадии его развития.

Рубинштейн С.Л. раскрывал процесс мышления как сложную аналитико-синтетическую деятельность, включающую в себя анализ проблемной ситуации, воспроизведение знаний, необходимых для решения задачи, перенос усвоенных способов действий.

Гальперин П.Я. выдвинул гипотезу поэтапного формирования умственных действий, при которой переход от внешних действий к внутренним включает в себя строго определенные этапы.

Все эти взгляды, хотя и не являются во всем совпадающими, раскрывают те или иные стороны понятия «развитие мышления». *Однако имеются расхождения в определении ведущего компонента развития мышления.*

Так, Давыдов В.В. сводит развитие мышления к умению действовать без наглядной опоры, «в уме».

Занков Л.В. – к развитию аналитического наблюдения и успехам в формировании понятий.

Менчинская Н.А. – к изменению уровня анализа и синтеза при решении мыслительных задач.

Гальперин П.Я. – к поэтапному переходу от внешнего действия к внутреннему.

Пономарев Я.А. – к прохождению определенных качественно отличающихся друг от друга этапов формирования внутреннего плана действий в единстве с внешним.

Речь идет не о буквальном сведении развития мышления к развитию только одного, двух компонентов, а о ведущем компоненте. Тем не менее, такое различие в определении ведущего компонента затрудняет разработку проблемы развития мышления учащихся в процессе обучения. Большое значение в развитии мышления имеет переход от одного его вида к другому. Самым ранним (у ребенка до 3-х лет) является практически-действенное. В 4-7 лет развивается наглядно - образное. В первые годы обучения в школе происходит развитие словесно-логического мышления. У обучающихся основного среднего и старшего возрастов этот вид мышления становится особенно важным: задача решается ими в словесной форме, образуются и используются наиболее отвлеченные понятия, создаются различные алгоритмы решения. В процессе развития мышления предшествующий вид не отбрасывается последующим. Каждый вид продолжает дальше развиваться и совершенствоваться.

Автору данной работы наиболее близко понятие «развитие мышления» в работе Пospelова «Формирование мыслительных операций у старшеклассников».

«Развитие мышления – это непрерывное движение от допонятийного к понятийному мышлению; от «житейского» к логическому; от него – к диалектическому мышлению.

Развитие логического мышления – это вооружение учащихся знаниями требований в учебной и практической деятельности.

Развитие диалектического мышления – это переход от требований формальной логики к требованию диалектической логики.

Диалектическое мышление предполагает наличие способностей: оперировать диалектическими противоречиями, раскрывать, осмысливать их; отражать конкретную диалектику вещей; постигать в формах категориального аппарата диалектической логики всеобщую связь и развитие.

Итак, развитие мышления – это не простая смена видов и форм мышления, а их изменения, совершенствование в ходе усвоения все более абстрактной и обобщенной информации».

Исключительно важное в работе учителя – осознать, принять для себя и стремиться реализовывать в практической деятельности критерии развития мышления на основе четкого представления о том, что значит развивать мышление.

Развивать мышление – это значит:

- 1) развивать все виды и формы мышления – практически-действенное, наглядно-образное, словесно-логическое; эмпирическое и теоретическое; разумное и рассудочное; дискурсивное и интуитивное; продуктивное и репродуктивное – и стимулировать процесс перерастания их из одних в другие;
- 2) формировать и совершенствовать мыслительные операции (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию и др.);
- 3) развивать умения: выделять существенные свойства предметов и абстрагировать их от несущественных, находить главные связи и отношения вещей и явлений окружающего мира; делать правильные выводы из фактов и проверять их; доказывать истинность своих суждений и опровергать ложные умозаключения; раскрывать существо основных форм правильных умозаключений (индукция, дедукция и по аналогии), непротиворечиво и обоснованно;
- 4) вырабатывать умения осуществлять перенос операций и приемов мышления из одной области в другую; предвидеть развитие явлений и делать обоснованные выводы;
- 5) стимулировать процесс перехода от мышления, основанного на формальной логике, к мышлению, основанному на диалектической логике; совершенствовать умения и навыки по применению логики в учебной и внеучебной познавательной деятельности учащихся.

Итак, говоря коротко, под развитием мышления учащихся в процессе обучения мы понимаем формирование и совершенствование всех видов, форм и операций мышления, выработку умений и навыков по применению законов мышления в познавательной и учебной деятельности, а также умение осуществлять перенос приемов мыслительной деятельности из одной области знаний в другие.

II.9. Критерии развития мышления

Под критериями развития мышления понимаются показатели (существенные признаки), свидетельствующие о достижении того или иного уровня развития мышления учащихся. Уровень – это степень развития мышления, некоторый результат развития; *критерий* – измеритель уровня. Между ними имеется определенная динамическая связь, раскрыв которую, можно выработать наиболее оптимальную систему критериев. Большинство ученых (занимающихся проблемой развития мышления) признают, что в процессе обучения школьники не только усваивают определенные знания, но и совершенствуют свои умственные способности. Но из этого положения выдвигаются далеко не одинаковые критерии развития мышления.

Приводимые ниже критерии называются наиболее часто. Они вытекают из психолого-педагогических исследований, понимания сущности познавательной деятельности учащихся, опыта работы преподавателей и согласуются с определением понятия «развития мышления» сформулированными выше. Однако эти критерии еще не представляют собой целостной системы. Тем не менее, мы будем ими пользоваться, т.к. к сожалению, другого перечня критериев развития мышления, хотя бы более полного и вместе с тем более компактного, чем указанный, насколько нам известно, в опубликованных работах не приводится.

1. Первый критерий – важнейшая характеристика развития мышления: осознание мыслительного процесса. Нет сомнений в необходимости специально формулировать у школьников понимание и осознание не только результатов своей мыслительной деятельности, но и самого процесса этой деятельности как поэтапного формирования осознания (понимания): отдельных факторов, явлений, событий, процессов, а также связей между ними; существа понятий, идей, учений, теорий (закономерностей и законов); механизмов рассуждений, доказательств, суждений, умозаключений, которые приводятся в учебных пособиях и в устном изложении учителей; процесса учения, т.е. методов и приемов учебно-познавательной деятельности, демонстрируемых учителем; механизмов собственного мышления, структуры мыслительных операций; пути мышления, т.е. причин выбора того или иного решения вопроса.

Из этих требований вытекает первый критерий развития мышления – *степень осознанности операций и приемов мыслительной деятельности.*

2. Важный показатель – умения и навыки в применении операций и приемов мышления на практике. Он признается многими учеными, которые считают его одним из самых важных и определяющих уровни развития мышления школьников. Однако формулируется он не однозначно (Л.С. Выготский, С.Ф. Жуйков, Н.З. Дьяченко, Е.Н. Кабанова – Веллер и др.). Известно, что исходным в мышлении являются мыслительные операции – отдельные законченные, устойчивые и повторяющиеся умственные действия, посредством которых учащиеся приобретают информацию: анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация, классификация и др.

Большое значение имеют также приемы мыслительной деятельности – способы, с помощью которых она выполняется, объективно выражающиеся в перечне определенных действий.

Исходя из этого, второй критерий – *это степень владения операциями и приемами мыслительной деятельности, умения производить рациональные действия по применению их в учебном и внеучебном познавательном процессах.*

3. Особое значение в определении уровня развития мышления имеет явление переноса. На это указывают многие психологи: Л.С. Выготский

к основным критериям умственного развития (а значит, и мышления) относит перенос осознания навыков пользования умственными операциями с одного учебного предмета, на другой; С.Л. Рубинштейн – широту переноса знаний, а также легкость усвоения знаний, быстроту «продвижения в усвоении»; А.Н. Леонтьев – перенос операций, усвоенных в школе на внеучебную деятельность; Н.Г. Кушков – перенос приемов логического мышления (определения, классификации и доказательства) на новый учебный и внеучебный материал; Е.Н. Кабанова – Меллер – перенос приемов умственной деятельности на учебные и внеучебные задания, расширение способов переноса приемов на новые задания; Т.В. Косма – перенос усвоенного правила или способа решения в другие условия, т.е. решение новых задач дедуктивным способом, умение самостоятельно раскрывать в конкретном общее и производить перенос его на другие ситуации, внешне не сходные с первоначальными.

Опыт показывает, что ученики легко осуществляют перенос, если они усвоили абстрактные принципы, знают общие способы действия, имеют обобщенные навыки мыслительной деятельности, умеют усматривать новые функции предметов, обнаруживают новизну в явлениях. Конечно, всему этому следует учить, приобщая их к поисковой деятельности, результатом которой может быть самостоятельное открытие общего принципа решения проблемы, формулировка алгоритма и т.п.

Исходя из всего сказанного и придавая большое значение осознанности операций и приемов мышления, а также навыкам их использования в учебной и внеучебной деятельности, выдвигается третий критерий развития мышления – *степень умения осуществлять перенос осознания операций и приемов мышления, а также навыков пользования ими в другие ситуации и на другие предметы.*

4. Четвертый критерий – *степень сформированности различных видов*

мышления, а также состояния мышления в процессе перерастания одного его вида в другой. Этот критерий выдвигают почти все исследователи, признающие, что все три основные виды мышления – практически-действенное, наглядно-образное и словесно-логическое – развиваются в неразрывном единстве, а не представляют изолированные друг от друга ступеньки, по мере достижения которых отрицаются предшествующие.

5. Пятый критерий – *состояние и возрастающая динамичность различных качеств ума: самостоятельности, глубины, критичности, гибкости, последовательности, быстроты и т.д.* Эти качества развиваются в зависимости от глубины и устойчивости знаний и от умения школьников использовать на практике мыслительные операции. Каждое из них характеризует какую-либо сторону мышления и одновременно способствует общему развитию мышления.

6. Шестой критерий *связан с творческой деятельностью (продуктивностью) мышления учащихся. Его можно сформулировать как степень умения творчески решать задачи, ориентироваться в новых условиях, быть оперативным в действиях.* Известно, что школьники, отличающиеся низкой продуктивностью ума, по большому числу предметов имеют слабую успеваемость, знания их поверхностны, фрагментарны, они не умеют организовать свою умственную

деятельность, у них слаб самоконтроль. Учащиеся с высшими показателями продуктивности ума по всем основным предметам обнаруживают глубокие, систематизированные и прочные знания и навыки. Эти ученики обычно отличаются умением самостоятельно преодолевать трудности, достаточно хорошо контролируют себя в процессе учебы.

Из обобщения названных исследований вытекает шестой критерий развития мышления – *способность учащихся усваивать логические суждения и использовать их в учебной деятельности.*

***«Посредственный
преподаватель – излагает,
хороший – объясняет,
выдающийся – показывает,
великий – вдохновляет».***

II.10. Психология мышления и проблемное обучение

Психологическая наука утверждает, что продуктивное мышление всегда связано с разрешением проблемы. «Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия». С.Л. Рубинштейн.

В самом общем виде все проблемы можно разделить на три вида в зависимости от характера заключенного в проблеме неизвестного:

- *научные проблемы*, в которых неизвестен закон (принцип, понятие) науки. Эти проблемы требуют для своего разрешения добывания новых еще неизвестных науке знаний;
- *практические проблемы*, в которых неизвестны способы применения знаний в новой ситуации. Для их решения требуются, как правило, практические усилия, новая организация прежних знаний, умений;
- *проблемы художественного отражения действительности*, в которых неизвестны эмоционально-образные формы и способы действия.

Все эти проблемы могут быть трансформированы в учебные проблемы. Учебная проблема не тождественна задаче.

И в жизни, и в школе встречается много задач, решение которых требует лишь механической деятельности, не только не способствующей развитию самостоятельности мышления, но и тормозящей это развитие.

В педагогической литературе принято, что задача состоит из *данного* и *искомого*. Брушлинский А.В. указывает на неправильность отождествления требования задач и искомого, нахождение которого составляет решение этой задачи.

В исходной формулировке любой задачи (в отличие от проблемной ситуации) есть *данное*, т.е. *условие* и *требование*, и *неданное*.

Однако, «не всякое неизвестное, - указывает Брушлинский А.В., - и не сразу становится искомым, но всякое искомое вначале является неизвестным». Рассмотрим пример:

$$2 + 5 \cdot 3 = 21$$

$$2 + 5 \cdot 3 = 17$$

В этой задаче есть два элемента: условие и требование. Условие – дано 2 решения задач с различными ответами. Требование задачи: найти причину несоответствия результатов решения. Ученики не знают эту причину, она является для них неизвестным.

В чем суть неизвестного? Так как искомое не указано в исходных данных задачи, то в процессе умственного поиска его надо специально выделить и фиксировать в качестве неизвестного, но необходимого для решения. *Это выделение есть первый этап поиска неизвестного.*

Но как начинается этот поиск? Может ли сама задача двигать ученика вперед? Условие задачи и ее требования существуют объективно, независимо от ученика. Здесь зафиксировано то, что есть, и то, чего нет в объекте. Но здесь еще нет субъекта познания, нет связи с мышлением *как*

процессом, в задаче мышление существует как результат. Мышление и задача связаны друг с другом, но их нельзя отождествлять.

«Свести мышление к процессу решения задач, - пишет Рубинштейн, - значит определить его прагматически, по тому эффекту, который оно дает, не вскрывая его собственной природы, - того благодаря чему этот эффект получается. *Мышление разрешает вставшую перед человеком задачу благодаря тому... что оно раскрывает не данные в условиях, неизвестные свойства и отношения объектов или явлений, входящих в проблемную ситуацию*». Отсюда следует, что мышление, умственный поиск начинаются только в условиях проблемной ситуации, т.е. объективное противоречие задачи принимается учеником как проблема.

Именно поэтому *проблемная ситуация предполагает включение субъекта в отношение между данным и требованием*, а ситуация задачи не требует того и «содержит лишь информационное сообщение об определенной ситуации действий».

Например, задача $2 + 5 \cdot 3 = 21$, $2 + 5 \cdot 3 = 17$ не является проблемной, пока учащиеся не обнаружат, что для ее решения нужно знание о способе действий.

Итак: учебная проблема – явление субъективное и существует в сознании ученика в *идеальной* форме, в мысли, так же как всякое суждение, пока оно не станет логически завершенным и не будет выражено в звуках, письме. *Задача – явление объективное*, для ученика она существует с самого начала в *материальной* форме и превращается задача в субъективное явление лишь после ее восприятия и осознания.

Существенное различие между задачей и проблемой в том, что каждая из них имеет свою структуру. Если в условиях задачи обязательно содержатся такие элементы, как «данное» и «требование», то основными требованиями учебной проблемы являются «известное» и «неизвестное» (найти «связь», «отношение» между известным и неизвестным). Известное

знание в проблеме включает не только «данное» задачи, но и более широкий круг ранее усвоенных знаний, личный опыт ученика, на основе которых можно определить характер неизвестного. Схематично это можно выразить так:

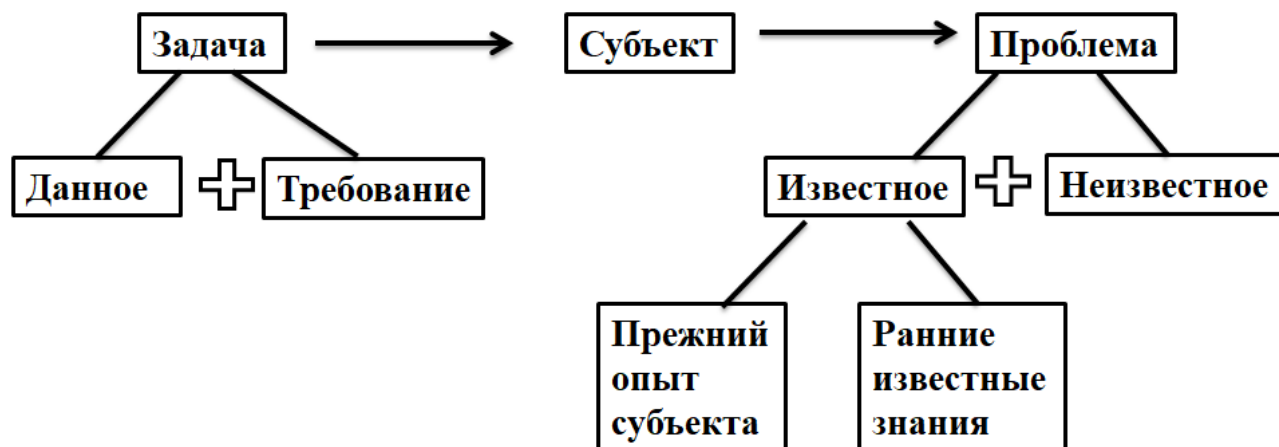


Рисунок 1

Первое условие активизации мышления – это соприкосновение субъекта (ученика) с объектом (условие задачи), т.е. уяснение, понимание учеником условия задачи. Но уяснение условия задачи еще не значит, что объективное противоречие задачи сразу превратится в субъективное противоречие в мышлении ученика, в его проблему.

Мастерство учителя состоит в том, что он сам видит объективное противоречие и умеет его заострить, что оно превращается в сознании ученика в логическое противоречие, в их собственную проблему.

Э.В. Ильенков подчеркивает, что «действительный вопрос, подлежащий решению только через дальнейшее исследование фактов, всегда выглядит как логическое противоречие, как парадокс. Поэтому именно там, где в составе знания, вдруг появляется противоречие (один говорит так, другой этак), только и возникает потребность глубже исследовать предмет».

Каков механизм разрешения возникшего логического противоречия?

Оно разрешается путем *преобразования заданных условий*, путем анализа фактов и нахождения линии связи между известным и неизвестным, путем поиска «опосредствующего звена», «третьего» члена умозаключения. Каков логический механизм поиска «третьего» – того нового понятия, раскрытие сущности которого и есть новое знание?

Понятие «скобки» (искомое «третье») нам пока неизвестно. Но мы уже знаем важное его свойство: оно должно одновременно подводиться и под характеристики А, и под характеристики не А.

В нашем примере анализ данных может идти путем рассуждения о разной последовательности, очередности арифметических действий. Ученики сами объясняют, что в 1 случае надо отдельно осуществить действие $2 + 5$, а потом умножить на 3, во втором случае сначала умножает $5 \cdot 3$ и прибавляет 2.

Для соблюдения именно этого порядка действий необходимо графически обозначить указанную последовательность действий, т.е. отделить особыми знаками $2 + 5$ и $5 \cdot 3$. Теоретический вывод учащихся учитель обозначает термином «скобки», который представляет искомое понятие, знание которого исключает возникновение подобного противоречия во всех последующих задачах.

Таким образом, гносеологическая суть различия между познавательной задачей и учебной проблемой состоит в том, что объективное противоречие задачи в сознании ученика превращается в проблему, в логическое противоречие.

Итак, движущей силой процесса мышления являются возникающие противоречия. Проблемная ситуация всегда возникает как некое препятствие, разрыв в деятельности.

Осознание проблемной ситуации есть первый этап разрешения проблемы. На втором этапе происходит выделение того, что известно, и того, что неизвестно. В результате проблема превращается в задачу. На

третьем этапе происходит ограничение зоны поиска (на основе представления о типе задачи, структуры, опыта). На четвертом этапе появляются гипотезы (предположения). Пятый этап представляет собой реализацию гипотезы, а шестой – ее проверку. Если проверка подтверждает гипотезу, то наступает реализации ее решения.

Глава III.

Из опыта работы.

III.1. Создание проблемных ситуаций на уроках математики

Примеры с уроков.

Пример 1. Из опыта работы. Урок на тему: Площадь параллелограмма.

Уроки математики вести в «слабом» классе весьма непросто. Постоянно приходится контролировать свои стремления все подробно объяснять детям, лишив их удовольствия «открытий» посильных фактов. Но для того чтобы открытия состоялись нужно обеспечить учащихся такими видами деятельности, которые в последующем могли бы помочь им самостоятельно догадаться, решить некоторые проблемы.

8 кл., геометрия, тема «Площади».

Кажется большую радость, испытала я, как учитель, когда учащиеся очень слабого класса достаточно быстро пришли к идеи «разрезания» фигур, превращения их в равносторонние. На удивление учителя: «Как догадались?» дети тоже с удивлением отвечали, что это было нетрудно, что теоремы о площадях были очень похожи на задачи на разрезание, которые в качестве дополнительных решали на предыдущих уроках. Действительно, с целью подготовки к новой теме на нескольких предыдущих уроках учащимся предлагались задачи на разрезание.

В данном случае сработала интуиция учителя, что нужна серия таких задач. Потом был другой класс - «сильный» и геометрия изучалась в опережении с 5-го класса, как пропедевтический курс. К этому времени

состоялось знакомство с замечательной книгой Вертгеймера «Продуктивное мышление», где интуиция, догадки методического характера получили научное подтверждение, поэтому подготовка к теме площади шла более осознанно. Появилась и еще одна очень полезная книга Шарыгина И.Ф. и Ерганжиевой Л.Я. «Наглядная геометрия». Перед темой «Площадь параллелограмма, треугольника» на предыдущих уроках ребята с удовольствием решали такие задачи:

1. Дан прямоугольник, ширина которого в 2 раза меньше длины.

Разрежьте этот прямоугольник:

- а) на две части, так чтобы из них можно было составить прямоугольный треугольник;
- б) на две части, так чтобы из них можно было составить равнобедренный треугольник;
- с) на три части так, чтобы из них можно было составить квадрат;

2. Изображенную на рисунке фигуру разрезать на 6 частей двумя прямыми.

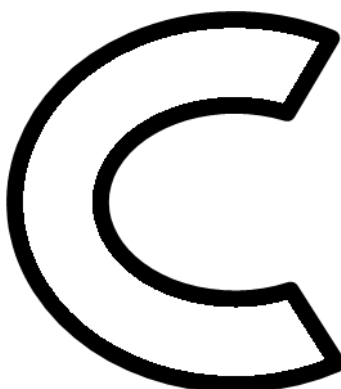


Рисунок 2

3. Участок с четырьмя колодцами, имеющий форму правильного треугольника надо разделить на такие участки, чтобы они были одинаковы по форме, равны по площади и чтобы на каждом из них было по колодцу. Как это сделать?

Ответы:

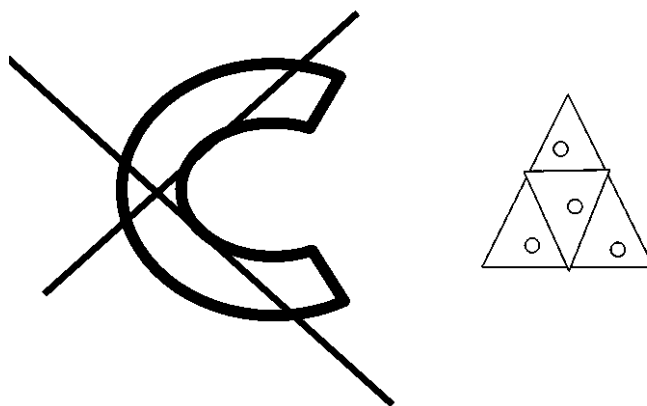


Рисунок 3

Но с особым интересом ребята решали следующую задачу:

4. На какое самое большое число частей можно разрезать блин тремя разрезами? Сколько частей может получиться при трех разрезах каравай? (В другой редакции: при трех разрезах головки сыра?).

Ответ: Блин можно разрезать на 7 частей, в отличие от блина каравай не плоский и его сначала можно разрезать горизонтально, а потом вертикально. Таким образом, каравай можно разрезать на 8 частей.

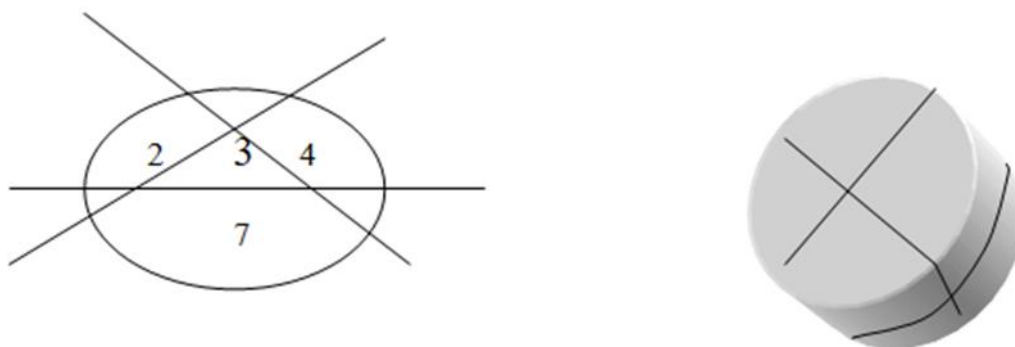


Рисунок 4

Не все задачи на прямую готовили к теме «Площади», но общая идея разрезания должна была запасть в головы ребят. И действительно, когда на уроке перед ребятами была поставлена задача: вывести формулу площади параллелограмма, многие дети, работая в группах, пусть не сразу, но пришли к необходимости дополнительных построений, идеи равновеликости. Их «открытия» были подготовлены предыдущей деятельностью, спланированной, организованной учителем. Но чем больше учитель предварительно готовит учащихся, тем меньше

интеллектуальное напряжение они испытывают при решении проблемных задач. В определении степени дозировки помощи заключается мастерство учителя. Так, по данной теме Вертгеймер дает следующие советы:

а) Иногда достаточно спросить «что тебе мешает? Почему это так трудно сделать?»

Очень интересные рассуждения приведены в книге Вертгеймера по поводу определения трудных мест в данной задаче 5-летней девочки: «Нехорошо здесь, - и показала на область, расположенную справа, - здесь тоже, - и показала на область расположенную слева».

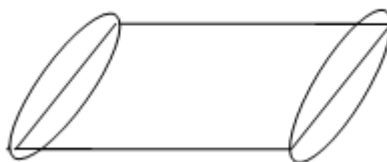


Рисунок 5

«Трудности связаны с этим местом и с этим». И нерешительно сказала, - «здесь я могу исправить...». Вдруг она сказала: - «Можете дать мне ножницы? То, что мешает там, как раз требуется здесь. Подходит?». Она взяла ножницы, разрешила фигуру вертикально и переставила левую часть направо.

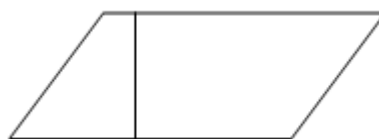


Рисунок 6

Другой мальчик аналогичным образом отрезал треугольник.

б) В некоторых случаях действия были такими:

- | | |
|---|----------------------|
| 1) «Нарушение» | «Тоже нарушение» |
| 2) «Здесь слишком много» | «Здесь слишком мало» |
| 3) «Нет! Здесь справа требуется именно то, что является лишним слева» | |

Иногда дети рассуждают: «О, посередине все нормально, но края?».

с) Возможен и следующий прием: вот картонный параллелограмм. Что нужно сделать, чтобы получить из него прямоугольник?

д) Альтернативный прием.

«После того, как я просто поставил задачу найти площадь параллелограмма и не добился результата, я кладу перед ребенком совершенно другую фигуру, у которой есть два структурных расхождения, одно – явно неподходящее добавление, другое – выемка или пустота. Для некоторых переход от такого структурного, более легкого задания, к явно непохожему случаю с параллелограммом без дополнительной помощи оказывается трудным и непосильным. Но есть дети, которые, решив эти задачи, возвращаются к параллелограмму, улыбаются и решают задачу».

Часть этих рекомендаций было использовано при проведении урока в 6 классе, план которого прилагаю ниже (геометрия изучалась в опережении).

Так как на уроке частично использую знания по развитию воображения из ТРИЗ (по теории решения изобретательных задач), то в данном уроке это тоже нашло отражение.

Тема: Площадь параллелограмма.

Цель:

1. Отработка, закрепление навыков счета, некоторых приемов быстрого счета (25^2 , 35^2 , 12^2 , 13^2 ...) на материале площадей прямоугольника, квадрата, круга; развитие зрительной, слуховой памяти.
2. С помощью системы заданий, организации диалога учитель-ученик, ученик-ученик помочь учащимся открыть формулу площади параллелограмма.
3. Развивать навыки конструирования, моделирования.

I. Целевая установка: знакомство учащихся с планом урока, основными задачами урока.

На доске план:

1) Тренинг

- а) числовой,
- б) геометрический,
- с) интеллектуальный.

2) Из истории вопроса о площади многоугольника.

3) Открываем новые формулы.

4) Формулы в действии.

II. Устный счет.

2.1.

а) 11^2 , 13^2 , 14^2 , $0,5^2$, $0,6^2$. Угол в квадрате. Какой прием?

б) Площадь квадрата? $S = a^2$.

$a = 1, 1; 0,12; 1,3; 0,25$.

с) Площадь прямоугольника? $S = a \cdot b$.

$12 \cdot 13; 16 \cdot 15; 26 \cdot 25; 49 \cdot 28$.

д) Дается 4 примера, ребята записывают только условие, считают в уме, используя отрабатываемые приемы, считают. Первые 3 – 12 человек, в зависимости от цели выходят к доске с тетрадью, тихо сверяются с учителем, если есть ошибки, то сидят и дорабатывают, если верно, т.е. проверяют верность вычислений у следующих ребят.

$13 \cdot 14$

$24 \cdot 31$

$15 \cdot 18$

$47 \cdot 99$

$16 \cdot 25$

е) Задание на дом: пронаблюдать ответы, сравнив с условием, открыть еще один прием быстрого счета:

$11 \cdot 12 = 132$

$13 \cdot 14 = 182$

$12 \cdot 13 = 156$

$13 \cdot 15 = 195$

$12 \cdot 14 = 168$

$13 \cdot 16 = 208$

$$12 \cdot 15 = 180$$

$$13 \cdot 17 = 221$$

2.2.

Каждой группе, через лидера раздать 2 геометрические фигуры.

Задание: если из данных фигур одним разрезом можно получить прямоугольник, то сделайте это, покажите как это сделать.

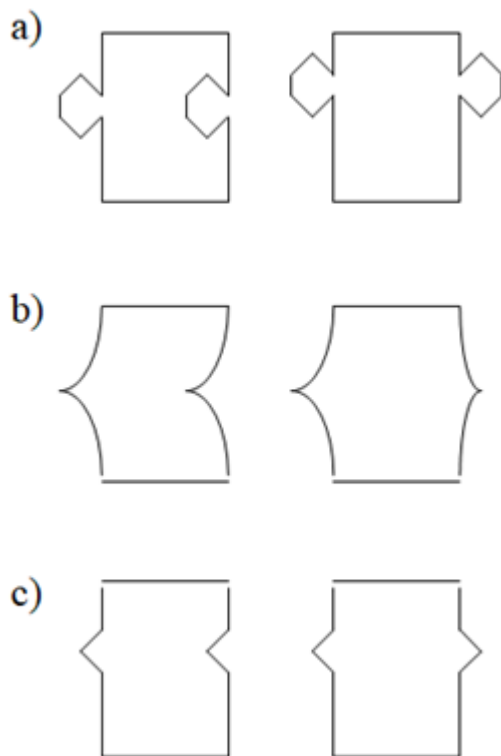


Рисунок 7

2.3.

Задание группам.

Каждой группе выдано по листу, на котором изображены фигуры. Из пяти фигур выберите одну, отличающуюся от других.



Рисунок 8

Каждая группа защищает свое мнение.

Исследования, проведенные Э. Боно, выявили тот факт, что 63% людей выбирают треугольник, т.к. это единственная фигура не имеющая кривых линий. Если вы тоже выбрали его, вы правы. У каждой из них есть что-то, что отличает ее от остальных, 1 – имеет много осей симметрии, 3 – не имеет осей симметрии, 4 – имеет и прямые, и кривые линии, 5 – единственная опрокинется, если ее сделать твердой, таким образом, ваша правота не противоречит правоте других. Больше того, если вы сможете посмотреть на вещи с разных точек зрения, то сможете получить разные ответы.

2.4.

“Да – нетка”.

Семидесятилетний старик женился на молоденькой, красивой девушке и через месяц стал миллионером. Как это могло быть? (Ответ: до женитьбы он был миллиардером).

2.5.

Сегодня мы постараемся открыть одну очень важную в геометрии формулу, а сейчас несколько необычных формул (не из геометрии):

$V + V = V$ - вкусно + вкусно = вкусно.

Приведите примеры. Яичница с хлебом.

$V + неV = неV$ (хлеб с солью)

$V + неV = неV$ (мед с дегтем)

$неV + неV = V$ (каша с солью)

$V + V = неV$ (чай с селедкой)

$неV + неV = неV$ (соль с перцем)

III. Историческая справка.

Измерение площадей одна из самых ранних задач, поставленных жизнью. Установить точно, когда впервые человеку потребовалось определить площадь и какой фигуры именно невозможно. В древнем Египте, Вавилоне и Индии люди независимо друг от друга находили

способ определения площадей. Известно, что царь Иван IV в 1551 г. решил послать писцов «описать и смерить государство». И был указ, в котором были собраны правила измерения земельных угодий, но потом он был утерян.

Первой сохранившейся рукописью, в которой излагаются правила измерения площадей, была «Книга письма», 1699г. Но по определенным причинам в книге некоторые формулы измерения площадей были даны с ошибками.

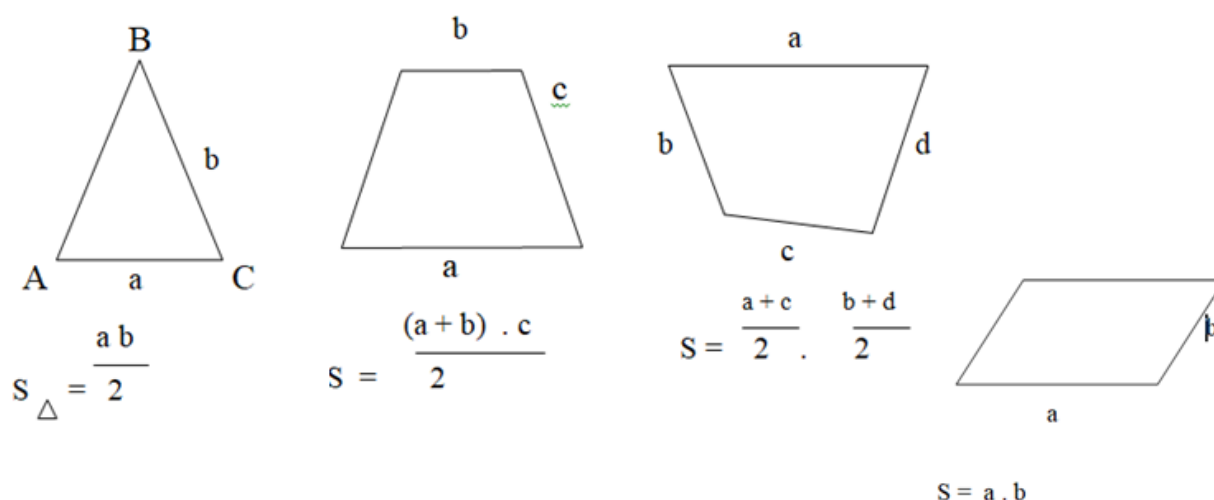


Рисунок 9

Верны ли формулы?

IV. Итак, задача состоит в том, чтобы догадаться, как вывести формулу площади параллелограмма. Постановка проблемы...

V. Работа в группах по выводу формулы площади параллелограмма. В случае затруднений в группах учитель переходит от одной группы к другой, стремится уточнить суть трудности. Дети учителю или учитель детям могут задать следующие вопросы:

- а) можно ли поступить как в случае с прямоугольником, т.е. разбивать параллелограмм на более мелкие параллелограммы, прямоугольники;

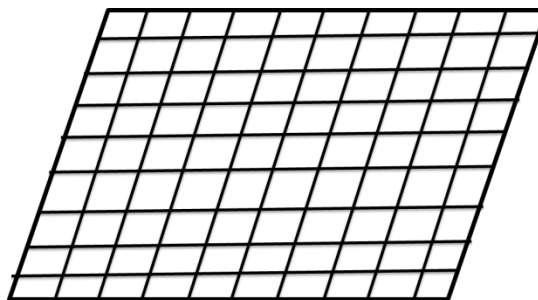


Рисунок 10

б) можно ли параллелограмм превратить в фигуру, площадь которой уже известна?;

с) в чем состоит трудность определения площади параллелограмма?

VI. Подведение итогов работы в группах.

Так как этот урок проходит в 6 классе, то не ставилась цель доказательства открытых формул, основное назначение этих уроков: воспитание смелости мышления, интуиции, мотивации на системное изучение интереснейшей из наук – геометрии.

Пример 2.

7 кл., геометрия, тема «Признаки равенства треугольников».

В первом примере личным открытием (которое, оказывается, было давно известно, но, к сожалению, редко применялось в педагогической практике) стала серия задач на разрезание.

Рассмотрим другую тему.

Это уже 7 класс. Первые теоремы с доказательством. Ребятам нужно было подвести к необходимости открытия и доказательства признака равенства треугольников, т.е. замотивировать их на деятельность. Урок, предшествующий теме: «Признаки равенства треугольников» назывался «Обман чувств, интуиция».

Ребятам была рассказана, широко известная, история об ученике, который на вопрос мамы: - «Чем сегодня занимались на уроке?». Сын ответил: - «Учитель, нарисовал на доске два треугольника и весь урок доказывал, что они равны».

Было предложено много примеров, подтверждающих высказывание:

«Ощущение – это обман чувств». Декарт

К сожалению, органы чувств не только ограничены по своим возможностям, но и способны вводить нас в заблуждение. Если бы мы полагались только на наши органы чувств, то последствия этого могли бы быть самыми печальными.

Нетрудно назвать случаи, когда наши чувства нас обманывали. Мы наделены пятью чувствами: зрение, обоняние, осязание, слух, вкус. Самым ценным из них является зрение, и следует, прежде всего, проверить в какой мере мы сможем доверять ему.

На рисунке показана Т – образная фигура, предложенная Вильгельмом Гельмгольцем. При взгляде на эту картину кажется, что вертикальная линия длиннее горизонтальной, хотя они имеют равную длину, первый отрезок кажется длиннее второго, в действительности они равны.

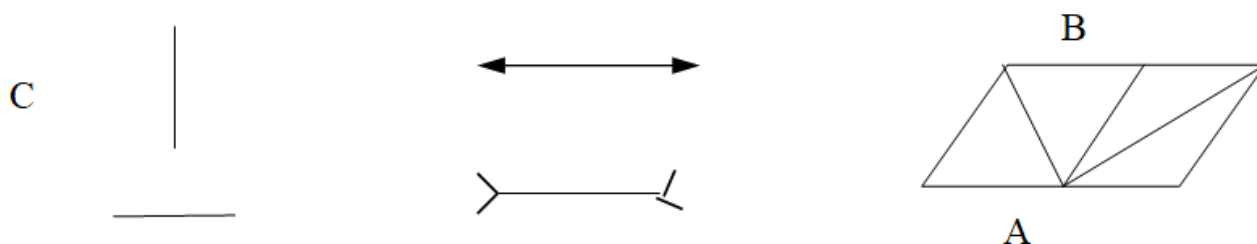


Рисунок 11

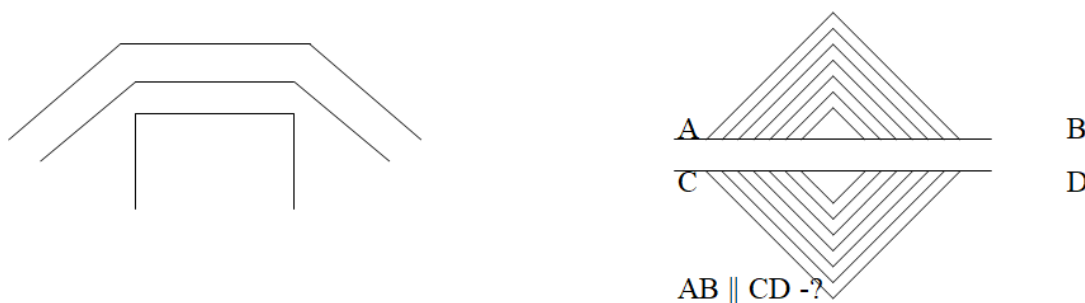


Рисунок 12

Примером иллюзий являются миражи. Ошибки свойственны и другим видам ощущений: температуры, вкуса, громкости звука, скорости

движения. Примером может служить иллюзия восприятия температуры. Чтобы убедиться в этом проведите следующий опыт.

Опустите одну руку в таз с горячей водой, а другую руку в таз с холодной водой. Выждав несколько минут, погрузите обе руки в таз с чуть теплой водой. Хотя обе руки теперь находятся в одной и той же воде, ощущения будут разные.

Все эти опыты – иллюзии готовят ребят к выводу о необходимости логических заключений, доказательств. Но нужна была задача, задания, непосредственно мотивирующие на изучение условий равенства треугольников. В основу была взята задача из книги Окунева «Спасибо за урок, дети», дополненная другими задачами.

Задача 1.

Построить угол, равный данному с помощью транспортира.

Задача 2.

Построить угол, равный данному с помощью циркуля и линейки. В 5 – 6 классах ребята учились это делать.

Задача 3.

Ребятам предлагается представить, что некий волшебник перенес их на берег Нила, в Египет. На берегу никого нет, только на песке нарисовали 2 угла. Нужно сравнивать их, узнать, равны они или нет. Но, к сожалению, у вас нет никаких инструментов, впрочем, в вашем кармане имеется кусочек веревочки и только. Какой способ сравнения углов мы могли бы предложить?

Часть ребят класса ждут этих минут на уроке, таких задач, когда можно пофантазировать, поспорить. Обычно несколько человек сразу выбегает к доске со своими гипотезами.

По ходу размышления уточняется, что на берегу есть палочки, прутики. Часто рассуждения детей по поводу какой-либо задачи, теоремы почти дословно повторяют рассуждения других учащихся, которые

приводятся в методических пособиях. Так, на этом уроке один из учеников, также как описывает Окунев, предложил расположить два прутика по сторонам первого угла и связать их в вершине, а затем осторожно перенести и положить его на второй угол. Но ему возразили: пока он несет модель угла, она может сбиться, ведь конструкция-то получится нежесткая. И тогда пришли к идее создания из палочек треугольника, и веревка сослужила свою роль. А додумался до этого Егор К. Не лучший геометр в классе Миша М, ни Галя М., а Егор, и не удивительно: была предложена задача, в которой как бы соединились «умные», «золотые» руки Егора (он постоянно что-то мастерит в саду, особенно летом) плюс смекалка.

Благодаря этой ситуации возникла более острая потребность в подборе, создании таких практических работ. Ведь, часто на уроках ум Егора находится в полусонном состоянии, ему и другим ребятам такого типа очень не хватает задач практического характера.

Эта задача вывела на необходимость доказательства равенства треугольников по трем сторонам, и тогда встал еще один, очень важный в данной теме вопрос: сколько минимально надо иметь равных пар в треугольниках, чтобы они были равны? Достаточно ли одной пары, двух, трех, каких? Ребята выходили к доске и легко находили контрпримеры на 1, 2 случая, труднее было с 3 случаем, но и здесь нашли контрпример, когда условие не соответствовало признаку. Вот теперь вся подготовительная работа была сделана, можно было переходить к открытию способа доказательства первого признака.

За счет чего в обоих случаях были созданы проблемные ситуации? Каждый раз – это поиск, размышление о том, что может затронуть детей, заставит их мыслить, но основу составили практические задания на разрезание и нахождение способа сравнения углов, а также постановка проблемных вопросов. При этом перед ребятами ставилась четко

очерченная цель: вывести формулу площади параллелограмма, сформулировать признаки равенства треугольников. Но могут быть проблемные ситуации и другого рода: когда цель обозначена нечетко. Рассмотрим примеры таких ситуаций.

Пример 3. 7 кл., алгебра, тема «степени».

Долго искала вариант постановки проблемы. Знала как замотивировать: предложить подумать, как быстро за ограниченное время решить примеры:

а) Найти значение выражения

$$\frac{7^{10} \cdot 20^6}{5^6 \cdot 14^9}$$

б) Сравнить, что больше

$$10^{20} \text{ или } 20^{10}$$

Но не на этих примерах должны быть сконцентрированы усилия учащихся. Хотелось, чтобы они сами определили цель, задали себе вопросы и ответили на них. Задание формулировалось примерно следующим образом.

«Мы знаем, как действовать с натуральными рациональными числами, а какие действия возможны со степенями: можно ли их складывать, делить и т.д. Если да, то, при каких, условиях?»

Каждый работает самостоятельно, потом в парах, по желанию – в группах, можно получить консультацию учителя. В крайнем случае, можно открыть учебник, но лучший способ учения – открыть необходимые знания самому. Одни откроют одно свойство, другие – несколько, но самое ценное вы будете думать, искать, творить. И ребята действительно начали творить. Но как непросто им даются шаги обобщения. Вот подходит ученик, он заметил закономерность:

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3}$$

$3^3 \cdot 3^4 = 3^7$, а как обобщить? Другой сделал следующий шаг, взяв основание в общем виде $x^5 \cdot x^4 = x^9$, третий заметил, что $2^x \cdot 2^x = 2^{x+x}$ и,

наконец, нашлись те, кто прибежал к учителю с общим выводом $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$.

Но были и такие «выводы»:

$$a^x \cdot b^y = a^{x+y}$$

$$a^x \cdot b^y = ab^{x+y}$$

были и другие «пробы пера», типа:

$$a^m + b^n = ab^{m+n}$$

$$a^x + b^y = (a + b)^x.$$

Наверное, в этих ошибках есть своя логика. Ритм урока такого типа обычно следующий: вначале – заминка, пауза, тишина, пока ребята не откроют для себя первое свойство, но как только зазвучит «Эврика» к другим учащимся тоже приходит озарение, дальше все идет в нарастающем темпе, успех одних вдохновляет других. К общей радости всех, из пяти изучаемых степеней, многие открыли четыре.

Трудно им было самим, без специально организованной работы учителем, открыть доказательства свойств степеней, это была задача следующего урока.

Но наряду с запрограммированными учителем на открытие свойствами, ребята находили и на другие, например, заметили: $2^3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2^3 = 2^4$

а так как натолкнулись на эту закономерность единицы ребят, то впоследствии можно было использовать этот факт для создания интересных заданий. Очень средняя по успехам в математике Юлия открыла закономерность:

$$2^{2n} = 4^n.$$

Но, что собственно порадовало, это вопросы. Наблюдая за частным степеней заметили $2^7 : 2^5 = 2^2$; $2^7 : 2^2 = 2^5$

кто-то из учащихся записал пример $\frac{2^5}{2^7} = ?$

По логике получим 2^{-2} , но как понять, что это такое 2^{-2} ? Просили объяснить, выдвигали свои версии, но на этом уроке ответа дети не получили. Это тоже определенный прием развития интереса – отсроченный ответ.

В конце четверти традиционно проводился небольшой опрос-анкета, один из вопросов был: какие задачи, темы, урок тебе особенно понравились в этой четверти? Часть ребят писали, что им особенно запомнился урок, на котором они сами открыли свойства степени.

В примере 3 рассмотрена ситуация, когда сформирован мотив, обозначена цель, но учащимся не ясен результат, не даны средства, не указаны методы работы. На первом этапе своей работы учащиеся опирались на знания значения степени 2 (от 2^1 до 2^{10}), знания значения степени 3^n (от 3^1 – 3^4).

Пример 4.

5 кл., геометрия.

По группам учащимся раздали кубики, и был объявлен конкурс на наблюдательность, т.е. предложено через определенное время рассказать все, что они откроют о кубе. При этом были введены некоторые термины: грань, вершина, ребро, диагональ. Ребята просчитали все, что могли: вершины, ребра, грани, выяснили, что представляют грани по форме и т.д. Одна группа дополняла другую, замечала неточности. Описываемый урок проводился несколько лет назад. С появлением же книги Шарыгина «Наглядная геометрия» его можно провести интереснее, дополнив рядом проблемных задач по теме.

Пример 5.

7 кл., геометрия, тема «Сумма углов треугольника».

Познавательная цель урока:

1. Повторить и систематизировать известные учащимся методы и приемы доказательства теорем.

2. С помощью системы наводящих на открытие заданий подвести к догадке доказательства теоремы о сумме углов треугольника; закреплять, отрабатывать ее применение при решении простейших задач.

К данному уроку у учащихся уже накопился некоторый опыт доказательства теорем. Класс готовится к зачету по первым двум главам учебника геометрии. И было логично на уроке систематизировать имеющиеся знания; особенно важно было неназойливо актуализировать сведения о признаках параллельности прямых.

Чтобы научить детей четкости, лаконичности, выразительности речи, были введены жесткие регламентирующие рамки ответа (по времени). На первых порах дается 1 минута, при последующих тренировках время сокращается.

Вопросы зачета предлагаются в форме маршрутных листов.

Итак, дети имели на зачет блок изученных за это время теорем и практические задания.

Прием систематизации и отработки состоит в следующем: к доске сразу, одновременно вызывается 7-8 учащихся – первый «заход», остальные 8 учащихся – оппоненты (группа состоит из 15 человек). На подготовку 1-2 минуты: чертеж, условие. На ответ, на этом уроке давалось 30 секунд. Иногда контролирует время учитель, в некоторых случаях поручает отдельным учащимся. Оказывается этого времени, при хорошей подготовке достаточно для ответа. Иногда теорема доказывается не до конца, иногда учитель просит продолжить доказательство других учеников. На этом уроке особое внимание уделялось методу, приемам доказательства. Ученики охотно включаются в такую игру. Краткий комментарий учителя и учащихся по поводу ответа заставляет следующего ученика учитывать промахи предыдущего. Но это сопутствующий результат: четкая, немногословная, выразительная речь; а первоочередная задача – «отловить», систематизировать известные методы доказательства.

В опыте французских мастерских есть понятие «индуктор». Что это такое? Окунев А. в книге «Как учить, не уча» пишет: «Индуктор – будильник. Мы спим и вдруг в нашу жизнь врывается нечто! Индуктор – момент разбуживания: я воспринял индуктор и проснулся».

На этом уроке главная цель: подвести ребят к догадке, основной идее доказательства теоремы, процесс этот занимает несколько минут (5-10 минут), но этот момент урока может не состояться, если не будет предварительной, подготовительной работы. Может не прямолинейно, но роль индуктора здесь играет и историческая справка, и доказательство теоремы с ошибкой и повторение раннее изученных теорем.

I. Мотивационная фаза урока.

Задания группам.

1.1. Построить произвольные треугольники с углами

а) 35° , 35° , 110° .

б) 40° , 90° , 50° .

в) 25° , 60° , 95° .

1.2. Аналогичное задание (но с ловушкой)

а) 100° , 30° , 80° .

б) 110° , 50° , 60° .

в) 90° , 70° , 60° .

Здесь используется прием «дразнящий собеседник». Перед учащимися четко ставится цель: найти способ доказательства теоремы, а для этого предлагается вспомнить уже известные приемы, методы.

II. Актуализация опорных знаний.

К доске вызывается первая группа учащихся. Их ответы систематизируется в таблицу.

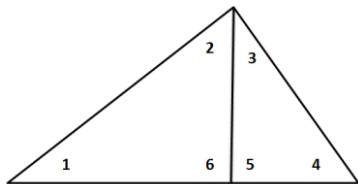
<i>Теоремы</i>	<i>Методы, способы, приемы доказательства</i>
1. Теорем о свойствах двух прямых перпендикулярной третьей	Метод от противного
2. Признаки равенства треугольников.	Метод наложения, приложения
3. Свойство углов при основании	Дополнительные построения, через

равнобедренного треугольника	доказательство равенства треугольников
4. Свойство биссектрисы в равнобедренном треугольнике	Подведение под понятие
5. I признак равенства треугольников.	Дополнительные построения через сведение к доказанной ранее теореме.
6. Теорема, обратная I признаку	Метод от противного

III. Из истории вопроса, психологическая подготовка учащихся к доказательству.

Учитель сообщает о том, что свойство суммы углов треугольника эмпирически было известно еще в древнем Египте, однако дошедшие до нас доказательства относятся к более позднему времени. Доказательство, изложенное в современных учебниках содержится в комментарии Прокла к «Началам» Евклида. Прокл утверждает, что согласно Евдему Родосскому это доказательство было открыто пифагорийцем (V в до н.э.)

Далее учитель предлагает одно из доказательств теоремы по книге Я.С.Дубнова «Ошибки в геометрических доказательствах», 1969г.



Произвольный треугольник ABC разобьем на два треугольника. Пусть x – неизвестная нам пока сумма углов треугольника, тогда

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = x$$

$$\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = x.$$

Складывая, получаем

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 2x$$

Но сумма $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$ есть сумма углов треугольника ABC, т.е. снова x ; а углы $\angle 5$ и $\angle 6$ как смежные в сумме составляют 180° . Получаем уравнение $x + 180 = 2x$, откуда $x = 180^\circ$.

Задача учащимся: найти ошибку в доказательстве.

В сильных классах находятся ребята, которые догадываются, что в доказательстве используется факт постоянства, одинаковости суммы углов любых треугольников.

Весь ход урока настраивает на активную мыслительную деятельность, психологически готовит к открытию доказательства теоремы. Так в предлагаемом доказательстве необходимо подчеркнуть как ценный, значимый факт, что авторы смогли «зацепиться» за 180^0 .

IV. Поиск гипотезы и доказательство теоремы.

Учащимся предлагается работать вначале индивидуально, затем в группах в поисках способов доказательства. И т.к. они не знают, какой традиционно рассматривается рисунок, то их рисунки вариативны.

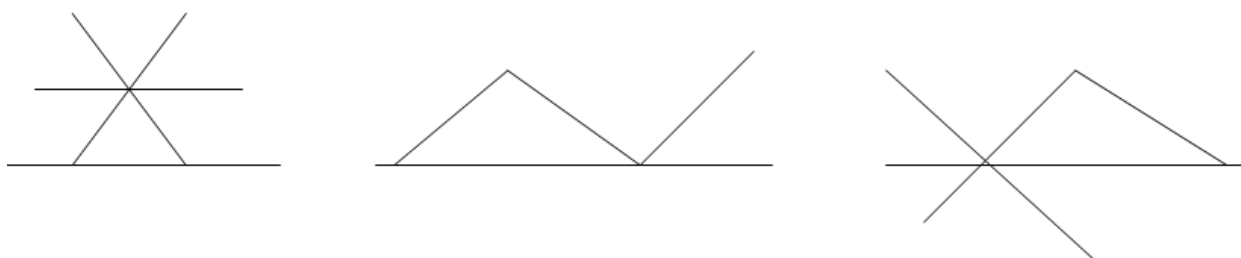


Рисунок 13

Через некоторое время, тем группам, в которых произошла заминка, можно предложить в качестве стимулирующего мысль средства – чертеж.

Пример 6.

8 кл., геометрия, тема «Окружность».

Идея этого урока появилась после поездки в Москву на курсы французских педагогов по проведению мастерских. Очень активно, с вдохновением французские коллеги отстаивали некоторые положения своей методики, особенно о важности раскрытия творческого начала в каждом ребенке. «Как можно меньше давайте информации!» - призывали они. «Как можно больше создавайте возможностей для творчества, для размышлений, поиска!».

Как же реализовать эти идеи? Да еще урок-то должен был быть в весьма посредственном классе.

Высший «пилотаж» в проблемном обучении это когда учащиеся не знают ни фактов, которые им предстоит изучить, ни тем более способов

аргументации их истинности, а формируется только потребность в поиске, открытии.

Урок назвала – «Загадки Архимеда. Таинственный «магнетизм» окружности».

Главная цель урока: расшевелить ребят на поиск определенных закономерностей, знаний об окружности.

Задача 1 - убедить учащихся, что «не боги горшки обжигали», что первые научные факты не так уж сложены, они лежат на «поверхности», но важно их осознать, сформулировать, поэтому разговор на уроке начала с Фалеса.

Какие научные открытия приписываются ему? Условно ему приписывают открытие и доказательство ряда теорем:

- * о делении круга диаметром пополам;
- * о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника;
- * о равенстве вертикальных углов;
- * один из признаков равенства прямоугольных треугольников и др.

Потомки Фалеса обязаны ему тем, что он, пожалуй, впервые ввел в науку, и в частности в математику доказательство...

Задача 2 – показать учащимся на исторических примерах, что уже в детстве можно открывать для себя интересные научные факты. Это было сделано на примере из жизни Б. Паскаля. «Маленький Паскаль отличался замечательной любознательностью и понятливостью. Он никогда не успокаивался, пока не получал исчерпывающего ответа на свои вопросы...»

С вниманием слушали ребята рассказ о том, как маленький Блез догадался, что «сумма углов треугольника равна двум углам стола». (В.К. Смышляев «О математике и математиках», Йошкар-Ола, 1977г. стр. 63).

Задача 3 - побудить учащихся размышлять о конкретном объекте – окружности. Помогает замотивировать учащихся рассказ об Архимеде.

Разговор можно начать с легенды о гибели Архимеда. Очень кстати на этом уроке звучат стихи учителя математики К.Ф. Анкудинова:

Он был задумчив и спокоен,
Загадкой круга увлечен...
Над ним невежественный воин
Взмахнул разбойничьим мечом.
Чертил мыслитель с вдохновеньем,
Сдавил лишь сердце тяжкий груз:
«Ужель гореть моим твореньям
Среди развалин Сиракуз?»
И думал Архимед: «Поникну ль
Я головой на смех врагу?»
Рукою твердой взял он циркуль –
Провел последнюю дугу.
Уж пыль клубилась над дорогой,
То в рабство путь, в ярмо цепей.
«Убей меня, но лишь не трогай,
О варвар, этих чертежей!»

Важно, чтоб рассказ учителя был ярким, зовущим к действию и не долгим.

Можно в качестве перехода к конкретным действиям потренироваться вычерчивать окружность от руки. При этом, учитель может говорить о том, что окружность – удивительно гармоническая фигура, что древние греки считали ее самой совершенной. Совершенство окружности в расположении всех ее точек на одинаковом расстоянии от центра. «Рассказывают, что великий немецкий художник А. Дюрер одним движением руки мог столь точно нарисовать окружность, что последующая проверка при помощи циркуля (центр указывает художник)

не показывала никаких отклонений!». (Н.Ф. Шарыгин, Л.Н. Ерганжиева «Наглядная геометрия» Москва, 1992г. стр. 64).

Далее вводится несколько новых понятий, напоминаются ранее изученные:

- * радиус, диаметр;
- * хорда;
- * касательная, секущая;
- * центральный угол;
- * вписанный угол.

Затем, наступает главный момент урока: ребятам предлагается задуматься

- * чем был так увлечен Архимед, перед своей гибелью?
- * Какие свойства скрывает окружность?

Стоит напомнить ребятам, что часто умная мысль не приходит сразу: стоит приложить усилия.

В роли подсказки может быть и высказывание Ф. Энгельса о раскрытии познавательного объекта через включение его в новые связи и соотношения: «После того как синтетическая геометрия до конца исчерпала свойства треугольника, поскольку последний рассматривался сам по себе, и не в состоянии более сказать ничего нового, перед нами благодаря очень простому, вполне диалектическому приему открывается горизонт более широкий. Треугольник более не рассматривается в себе и сам по себе, а берется в связи с некоторой другой фигурой – кругом, каждый прямоугольный треугольник можно рассматривать как принадлежность некоторого круга...

Благодаря этому стороны и углы получают совершенно иные определенные взаимоотношения, которых нельзя было открыть и использовать без этого отнесения к кругу».

Возможно, не стоит детям читать эту цитату дословно, а вот суть, идею передать стоит.

Учителю, владеющему приемами, упражнениями, используемыми в ТРИЗ можно провести на этом уроке игру «Морфологический ящик», например, составить фантастического животного.

Цель задания: на практике реализовать предложенную выше идею соединения 2-х 3-х объектов.

Вся предшествующая работа обычно помогает создать активный настрой. А далее идет индивидуальный поиск. Количество открываемых ребятами фактов будет разное, но атмосфера поиска «заражает». Для учителя некоторые находки кажутся столь незначительными, что, возможно, излагая материал ребятам лекционно не обратил бы на эти детали внимания, а для них это значимо. Так, в слабом по уровню подготовки классе, некоторые дети очень радовались, что заметили: все треугольники в окружности с вершиной в центре окружности – равнобедренные, что диаметр больше любой хорды. А как на последующих уроках горды дети, когда уже при основательном изучении некоторых теорем называешь их именами учащихся, например: теорема Саши М., теорема Марии Т.

Пример 7.

7 кл., тема «Введение понятия функция».

Цель урока:

1. сформировать первичное, неполное представление о функции, понимании ее, как зависимости одной величины от другой;
2. формировать мотивацию необходимости глубокого усвоения многогранного понятия функции;
3. показать на примере формирования понятия функции как в математике происходит процесс абстрагирования и обобщения (ПУУД).

1. Мотивационная фаза урока.

Учитель напоминает о четырех китах на которых держится алгебра:
уравнение, число, тождество, функция. Сообщается, что слово функция используется в математике в нескольких смыслах, отсюда трудность в понимании и изучении.

Дается небольшая историческая справка. Термин «функция» (от латинского *functio* - исполнение, совершение) ввел впервые Леобниц в 1664 г. Т.е. первое очень приближенное понимание функции состоит в том, что мы говорим о функции чего-либо, имея ввиду, что что-то делается, совершается.

Например: функция

- а) предметов – стола, стула, мясорубки;
- б) органов – печени, сердца, легких;
- в) работника определенной профессии – учителя, дворника, врача, артиста.

Понятие функция родилось вместе с понятием переменной величины. У Декарта представление о переменной величине появилось в связи с изучением геометрических вопросов, с рассмотрением изменения ординаты в зависимости от изменения абциссы точки, описывающей определенную линию.

У Ньютона наглядное представление о переменной величине родилось в связи с изучением вопросов механики.

Все в природе находится в состоянии непрерывного изменения и развития. В практической деятельности человеку постоянно приходится иметь дело с величинами, изменяющимися в зависимости от времени и других условий, т.е. с переменными величинами. Отсюда и возникла идея переменной величины.

Внедрение понятия переменной величины в математике и физике имело большое значение для развития этих наук, как и всего естествознания в целом.

Вот почему в «Диалектике природы» Энгельс писал: «Поворотным пунктом в математике была Декартова переменная величина. Благодаря этому в математику вошли движение и тем самым диалектика».

II. Изучение нового материала.

Величины, участвующие в одном и том же явлении могут быть взаимосвязаны так, что изменение одних из них влечет за собой соответствующее изменение других.

К примеру, увеличение радиуса круга ведет к обязательному увеличению его площади.

Рассмотрим несколько таких зависимостей.

Цель: рассмотрев несколько предлагаемых зависимостей прийти к некоторым обобщениям.

Работа далее проводится по группам, каждая получает свое задание.

1 группа.

Цена одной газеты 15 руб. Обозначим стоимость n газет буквой C . Запишите формулу стоимости n газет и найдите значение « C », если $n = 5, 10$.

2 группа.

Вспомните формулу нахождения длины окружности (C), которая выражает зависимость длины окружности от диаметра (d).

Найдите C , если $d = 5,1$; $\pi \approx 3,14$.

3 группа.

Поезд движется со скоростью 70 км/ч. На каком расстоянии от места выхода будет находиться поезд через 2,5 ч., 3 ч., 2 часа тому назад? Написать общую формулу пути.

4 группа.

При посеве кукурузы на 1 га высевают 0,8 ц. Написать формулу для вычисления веса (P) высеваемой кукурузы на a га. Найти вес кукурузы, если $a = 5, 10$.

5 группа.

Вспомните формулу для нахождения площади круга (S) через радиус (R). Найти S, если $R = 5,1$; ; $\pi \approx 3,14$..

6 группа.

Написать формулу площади квадрата (S), если сторона квадрата a .
Найти площадь квадрата, если $a = 0,5$; $0,01$.

7 группа.

Туристы, пройдя деревню М, в настоящее время находятся на расстоянии 7 км от нее. На каком расстоянии от этой деревни будут находиться туристы через 5 ч., 2ч. тому назад, через t часов. Написать общую формулу пути, если $V = 3,5$ км/ч.

8 группа.

Для класса, состоящего из a учеников, нужно купить тетради из расчета каждому ученику по 3 тетради и кроме того 5 тетрадей для классного руководителя. Пусть количество тетрадей Z. Вычислить это количество Z, при $a = 2$; $a = 3$. Какие значения могут принимать a?

II.2. Представление каждой группе своих наработок.

II.3. Следующая ступень – обобщение результатов.

Воспользуемся аналогией по теме «Степени».

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$$

Не допустим неверных обобщений, типа:

$$2^x \cdot 2^y = 4^{x+y}$$

$$a^x \cdot a^y = a^{xy}$$

Итак, обобщение 1-го уровня:

$$2^m \cdot 2^n = 2^{m+n}$$

Главный итог: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ И мы это доказали! А в данной теме?

II.4. Задания: провести классификацию полученных формул, формулы одного вида всегда отделять от формул другого вида.

По группам

На основе совместной работы учащиеся приходят к следующим выводам:

I группа

$$C = \pi d$$

$$S = 70 t$$

$$P = 0.8 a$$

II группа

$$S = \pi r^2$$

$$S = a^2$$

III группа

$$S = 7 + 3.5 t$$

$$Z = 5 + 3 a$$

II.5. Как написать для каждого случая обобщенную формулу???

- Обсуждаем в группах.

$$m = n \cdot x$$

$$a = b \cdot x^2$$

$$c = a + b x.$$

Как отличить переменную от постоянной?

Договорились математики мира: переменные обозначать последними буквами латинского алфавита x, y, z , а постоянные - первыми a, b, c , чаще k, l . Независимые – x , зависимые – y . Что же получаем?

$$y = k x$$

$$y = k x^2$$

$$y = a + b x$$

$$y = a x^2$$

прямая

квадратичная функция

линейная функция

пропорциональность

II.6. Примеры других формул, функций

$$y = x^2; \quad y = a x^3; \quad y = \frac{60}{t} = \frac{k}{x}$$

II.7. Следующая степень обобщения. Придумать формулу, символ, краткое выражение всех формул.

После обсуждений перейти к выводу $y = f(x)$.

II.8. Историческая справка – индивидуальное задание одному из учащихся класса.

«Математика – это искусство давать разным вещам одно и тоже наименование». Пуанкаре А.

Математика изучает математические модели, а эти модели могут являться моделями реальных физических, химических, экономических явлений.

Понятие функции – одно из фундаментальных математических понятий, непосредственно связанных с реальной действительностью. Очень важно, чтобы оно вводилось и усваивалось учащимися неформально. А.Я. Хинчин отмечал: «в понятии функции как в зародыше уже заложена вся идея овладения явлениями природы и процессами техники с помощью математического аппарата. Вот почему мы должны со всей беспощадностью требовать от этого определения полной безукоризненной ясности; ни одно слово в нем не должно вызывать и тени сомнения; малейшая двусмысленность здесь грозит сделать все величественное задание, которое строит наука на базе этого основного понятия, несовершенным, требующим капитальной перестройки».

Конечно, данный урок это малая частичка в горке золотого песка по формированию понятия функции. На последующих уроках идет дальнейшая детализация, отработка понятия. А апогеем работы по этой теме может быть обобщающий урок, который могут подготовить и провести сами учащиеся.

III.2. Некоторые способы создания проблемных ситуаций на уроках математики.

Попытаемся на основе приведенных примеров проанализировать обобщенные способы создания проблемных ситуаций.

Литературы по проблемному обучению достаточно много, но найти классификацию, имеющую прикладной, практический характер по способам создания проблемных ситуаций не удалось.

Тогда учителя кафедры математики нашей школы поставили перед собой цель: самостоятельно разобраться в этом вопросе. Анализ проводили на конкретных примерах проблемных ситуаций.

Обобщая отдельные находки, идеи пришли к следующим технологиям.

Общая типология заданий, применяемых в обучении

Наименование атрибутов деятельности	Группы и подгруппы заданий с учетом наличия атрибутов деятельности													
	Репродуктивное задание	Поисковое задание				Исследовательское задание			Творческое задание					
	1	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	4	5	6
1. Субъект деятельности	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2. Потребность	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
3. Мотив	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	-	-	+
4. Цель	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-
5. Способ	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6. Предмет	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-
7. Метод	+	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
8. Средство	+	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
9. Процесс	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10. Результат	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

1, 2, 3, 4, 5, 6 возможные сочетания, варианты.

Если известны все атрибуты деятельности в задании, то задача репродуктивного характера.

Если неизвестны некоторые атрибуты, то в зависимости от уровня неопределенности задача будет носить соответствующий характер – от поискового задания до творческого.

Значит, чтобы создавать проблемные, творческие задания необходимо увеличивать количество неизвестных атрибутов в ней. В примере 1 – «Площадь параллелограмма» – была известна цель – вывести формулу, сформирована потребность, создан мотив, но не были известны методы, средства деятельности.

Аналогичная ситуация была в примере 2.

Пример 3: «Свойства степеней». Здесь важную роль сыграло четкое предъявление предмета деятельности: ребятам в ненавязчивой форме было предложено проводить исследование свойств не примере степеней числа 2; а перед этим, на предыдущих уроках, в упражнении по развитию памяти был взят этот материал и отработан, т.е. 7-классники знали к данному уроку степени 2 от 2^1 до 2^{10} .

Но более высокий уровень проблемности это в примере о свойствах окружности – когда неизвестны ни свойства, т.е. не обозначена цель, ни средства, методы работы, ни тем более конечный результат.

Приведем еще несколько примеров создания подобных проблемных ситуаций:

- открыть и доказать свойства параллелограмма, прямоугольника, ромба;
- открыть и доказать признаки параллелограмма, прямоугольника, ромба;
- признаки равенства треугольников;
- признаки параллельности прямых;
- признаки подобия треугольников и т.д.

Уже данная классификация приемов создания проблемных ситуаций дает учителям некоторый ключ к их разработке. Но возможна и классификация приемов по другим основаниям.

Первый способ мы называли «Телега впереди лошади».

Технология разработки таких ситуаций состоит в следующем: учитель основательно разобравшись в предстоящей для изучения теме, выбирает из нее некоторые важные, ключевые задачи. Их он и предлагает учащимся в качестве проблемных на вводном уроке по теме. Например, перед темой «Разложение квадратного трехчлена на множители» предложить учащимся несколько заданий на сокращение дробей, среди которых будут упражнения типа

$$\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}.$$

На кафедре математики этот способ мы называли «Телега впереди лошади».

А перед темой «Умножение многочлена на множители» 7 кл. была предложена задача, сводящаяся к уравнению $x(x+8) - (x-6)(x-7) = 56$.

Составление уравнения не вызвало особых затруднений у учащихся, но само уравнение для детей оказалось необычным.

Чтобы его решить нужно было вычленить проблему, сформулировать ее в общем виде, осознать трудность и искать пути решения.

Другой способ создания проблемной ситуации основан на идее: **невозможное возможно**. Как использовать эту идею на уроках математики?

Вот некоторые примеры.

Тема: Сумма углов треугольника.

На доске слова.

Учитель:

- Дети, запишите предложение: «Рыба сидит на дереве».

Ученик:

- Разве рыба может сидеть на дереве?

Учитель:

- Ну, это была сумасшедшая рыба.

- И зачем я это написала?

На уроке даются задания на построение треугольников по углам, но среди них есть и такие: построить треугольник с углами 100° , 90° , 100° .

У ребят не получается, естественно возникает вопрос, а почему, чего-то мы не учли, что? Аналогичные задания можно поставить на уроке геометрии по теме «Неравенство треугольников»: построить треугольник 2,2,10см.

На уроке могут иметь место задания явно провоцирующего характера. Например, ребята запишите тему: «Сумма углов треугольника 360° ».

Третий способ создания проблемных ситуаций через **введение элементов историзма науки**, показа развития определенной идеи.

Возможно, при этом часть проблем будет поставлена перед учащимися в лекционной форме.

Такой уровень проблемности, когда учитель сам ставит проблему и показывает пути ее решения, также возможен. Для примера рассмотрим фрагмент урока при введении иррациональных чисел.

Тема: Действительные числа.

Мы знаем, что ни множество N , ни множество Z не являются плотными. Между 3 и 7 есть натуральные числа 4, 5, 6, а между 8 и 9 никакого натурального числа не вставить.

А как обстоит дело с множеством Q ? Между двумя дробями p и q ($p < q$) всегда можно «вставить» третью дробь r с таким условием, что $p < r < q$?

И далее идет эвристическая беседа по книге Л.Ф. Пичурина За страницами учебника алгебры (стр 104-108).

И завершается разговор рассказом одной из легенд.

Сам факт существования таких удивительных чисел долго не укладывался в сознании ученых древности, убежденных в том, что все в природе, все ее явления и законы описываются законами, представляющими различные отношения целых чисел. А тут оказалось, что даже длина диагонали квадрата таким отношением не описывается. Существует легенда, будто этот факт настолько потряс Пифагора и его учеников, что они решили скрыть его от всех. Но, как это часто бывает всякого рода тайнами, нашелся некто Гиппас, который все же не удержался и, как мы сказали бы теперь, разгласил запретную информацию. Легенда утверждает, что боги наказали его – он утонул во время кораблекрушения.

Четвертый способ – создание проблемных ситуаций *в процессе выполнения практических*, лабораторных работ.

Пример: урок по теме «Длина окружности» 6 кл. Вначале урока может быть основательный разговор о закономерностях в природе; техники, в человеческих отношениях, далее примеры математических закономерностей.

$$S_{\text{кв.}} = a^2; \quad S = a b; \quad P = 2(a + b).$$

А затем идет практическая работа с использованием групповых форм организации учащихся. Детям выдаются или они приносят из дома различные предметы, содержащие окружность. Проводят измерения длины окружности и диаметра, заполняют таблицу. В зависимости от уровня подготовленности класса форма таблицы, или предлагается учителем, или создается вместе с учащимися. Достаточно легко дети приходят к выводу, что длина окружности зависит от диаметра, но как зависит??

Варианты таблиц

	I опыт	II опыт	III опыт
C (длина окр)			
D (диаметр)			
C/D			

В более сильном классе можно вместо строки C/D предложить «C и D – связь?». Задание в такой форме усилит проблемность, не будет прямой подсказкой.

Пятый способ – проведение классификации математических объектов.

Классификация

- > углов (острый, прямой, тупой, развернутый);
- > треугольников (по углам и сторонам);
- > числовых последовательностей (арифметическая, геометрическая прогрессии);
- > обыкновенных дробей (правильные и неправильные);
- > четырехугольников.

Шестой способ через *обобщение математических фактов* или рассмотрение каких-то частных случаев. Здесь важно учить учащихся ставить перед собой и другими содержательные вопросы.

Седьмой путь создания проблемной ситуации через *осуществление межпредметных связей*.

Пример: 9кл., тема «Скалярное произведение векторов».

Если проанализировать, как вводится во многих учебниках понятие скалярного произведения, то убедимся, что не очень удачно. Никаких пояснений, мотивации, – зачем это надо, сразу дается определение. А навязывать его учащимся очень не хотелось. Желание понять необходимость введения этого понятия привело к физике.

На движущее тело действует сила. Как подсчитать мощность, развиваемую силой? Учебники физики рекомендуют на сей счет правило: перемножь абсолютные величины силы и скорости друг на друга, а потом на косинус угла между ними. Сказанное можно выразить в более строгой математической форме: мощность есть скалярное произведение вектора силы на вектор скорости. В физике часто встречаются векторные величины. Поэтому в ней весьма употребительно и понятие скалярного произведения, значит и проблемную задачу на этом уроке надо брать из физики.

Итак, подводя итог сказанного, сделаем вывод: возможны различные приемы создания проблемных ситуаций. Все они возбуждают познавательный интерес, вызывая познавательную потребность и познавательную активность учащихся. Каждый прием создания проблемных ситуаций имеет свои особенности и вносит дополнительные моменты, стимулирующие интерес к поиску нового.

Умение выделять проблемы, создавать проблемные ситуации – ценные составляющие мастерства учителя, но не менее важно умение

организовать познавательную деятельность учащихся при разрешении проблемных ситуаций.

III.3. Разрешение проблемных ситуаций.

Учебная проблема в отличие от научной часто формулируется как бы дважды: в первый раз, когда учитель ставит ее для ученика, создается проблемная ситуация, и второй раз, когда ученик осознает проблему и повторяет формулировку учителя или же сам ее формулирует. От точности формулировки проблемы во многом зависит успех ее решения.

Итак, проблема зарождается в голове ученика только в результате детального анализа ситуации, ясного расчленения известного и неизвестного. У ученика возникают вопросы: «Что нужно найти? Чего не хватает для достижения цели?»

*Разрешение проблемной ситуации опирается на -
переформулирование проблемы (один из путей)*

Пример 1.

Проиллюстрируем сказанное на такой задаче: если хорды АВ и ЕД пересекаются в точке Р, то $AP \cdot BP = CP \cdot DP$ (1).

Возникает вопрос: как доказать равенство (1). В учебнике геометрии не встречалась теорема, заключением которой являлось бы требование доказать равенство двух произведений отрезков. Однако изучались теоремы, предметом которых было равенство отношений отрезков. Поэтому необходим переход от равенства (1) к равенству отношений отрезков. А для этого надо доказать подобие треугольников, сторонами которого являются заданные в задаче отрезки АР, ВР, СР, ДР. Можно построить две различные пары таких треугольников АРС и ВРД, ВРС и АРД, что обуславливает два пути поиска способа решения. Вновь преобразовано требование задачи, сформулирована новая задача. Теперь отрезки хорд уже мыслятся как стороны треугольников, прежний рисунок трансформируется в новый.

После разбора данной теоремы, в рефлексии еще раз подчеркивается ценность приема «переформулирование проблемы». Учитель напоминает идею: переформулирование проблемы это как способ «переодевания в новый костюм». Осознание ценности данного обобщенного приема приходит к учащимся постепенно. Нужно неоднократное повторение этой идеи, чтобы учащиеся приняли её. Начинать надо с более простых заданий, теорем. Например, в 8 классе на многих теоремах в теме «Четырехугольники» возможно отрабатывать идею переформулировать требования.

Пример 2.

В нашей школе проходил семинар, посвященный проблемному обучению. Педагоги работали в группах: прослушав выступления коллег, они должны были отметить (записать) наиболее понравившиеся идеи, примеры. И было очень радостно, что логика построения материала, открытия истины на примере одной геометрической теоремы покорила филологов. Они писали о том, что учитель не просто излагает конкретную теорему, а обучает способу, подходу к решению проблемных задач. А рассматривалось свойство параллелограмма: у параллелограмма противоположные стороны равны.

Ход размышлений таков:

- * Надо доказать равенство отрезков, какие возможны способы.
- * Через равенство треугольников.
- * Т.е. переформулируем проблему. Равенство, каких треугольников возможно нужно доказать?
- * А чтобы доказать равенство треугольников, что необходимо?

Приведенный пример один из наиболее легких для уточнения, переформулирования проблемы. Когда же учащиеся и в более сложных ситуациях стремятся воспользоваться этим средством, можно сделать

вывод, что они усвоили этот прием, он стал их интеллектуальным личностным богатством.

Пример 3.

Сколько решений имеет система?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ y = x^3 \end{cases}$$

Изменим текст данной задачи путем привлечения средств геометрии:

«Сколько общих точек имеют окружность с центром в начале координат и радиусом 6 и кубическая парабола $y = x^3$?» и решение становится очевидным.

Перевод с естественного языка на символический лежит в основе алгебраического метода решения текстовых задач, заключающегося в составлении по условию задачи уравнения, неравенства, системы уравнений или системы неравенств.

Пример 4.

Решить неравенство $x > \frac{1}{x}$

Переводя данную символическую информацию в словесную форму, получаем задачу: «Найти все числа каждое из которых больше обратного ему числа», которая решается с помощью несложных рассуждений устного характера.

Модификация текста задачи в рамках того же языка – это еще один из видов приема перефразирования. Реализация его предполагает частичное или полное формоизменение текста задачи путем нахождения нового толкования исходной информации в рамках уже заданного языка.

Умение перефразировать задачу – очень важное условие на пути к решению проблем, но оно – одно из многих условий.

Перечислим еще некоторые условия успешного решения проблемных задач:

- * умение извлекать информацию из требований задачи;
- * умение анализировать условие задачи;
- * вычленять отдельные элементы и комбинировать их.

а) Умение анализировать условие задачи.

Под анализом условия задачи будем понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему, то есть речь об умении сформулировать неявную информацию.

В учебно-методической литературе встречается различное толкование анализа условия задачи. Рассмотрим этот вопрос на примерах геометрических задач. Некоторые авторы анализ условия задачи сводят к тому, чтобы отметить на чертеже данные и искомые элементы фигур, другие под анализом понимают выявление особенностей фигур, которые непосредственно в условии задачи не указаны. Такое толкование анализа условия задачи, хотя и позволяет выделить эвристические процессы, которые направляют деятельность учащихся на осознание взаимных связей элементов фигур, необходимых для решения задачи, не охватывает всех особенностей этих отношений.

Выводы:

Процесс поиска решения задач имеет сложную структуру, состоящую из умений выдвигать гипотезы, отыскивать положения, обосновывающие их, видеть альтернативы, расщеплять данные на отдельные условия, от которых зависят частные исходы.

Важнейшими компонентами умения анализировать условие и требование задачи являются следующие умения:

- * распознавать объекты, выводить следствия из непосредственно заданной информации,
- * переосмысливать объекты в плане других понятий,
- * переходить от понятия к его свойствам,
- * заменять термин его определением,

- * переходить от понятия к его характеристическим свойствам и от характеристических свойств к понятию,
- * интерпретировать символические записи,
- * переводить содержание задачи на язык определенной теории,
- * преобразовывать требование задачи в равносильное ему,
- * видеть различные пути решения задачи,
- * конструировать графические, схематические и т.п. модели содержания задачи,
- * соотносить с условием и требованием задачи свои мыслительные действия с чертежом,
- * оценивать свои действия с точки зрения целесообразности,
- * формулировать производные задачи,
- * распознавать ситуации, удовлетворяющие условию теоремы
- * переосмысливать элементы чертежа в плане другой фигуры,
- * вычленять элементы чертежа, комбинировать их.

Изучение внутренних психологических механизмов процесса разрешения проблемных ситуаций стоит в центре внимания ряда исследователей психологии мышления (С.Л. Рубинштейн, А.М. Матюшкин, Ю.Н. Кулюткин, А.И. Раев, И. Мальтцман, Н.Л. Элиава и др.). Несмотря на различия в исходных концепциях все они подчеркивают взаимосвязь знаний, способов и мотивов познавательных действий в процессе решения проблемы, от которых зависит, в конечном счете, его успех.

«Для школьника, - отмечает А.И. Раев, - важно не только получить новые знания, но и обязательно увидеть, узнать; понять, усвоить, как были получены... знания... через осознание процесса деятельности, а не только ее результата можно добиться большого развивающего эффекта обучения. Поэтому в центре внимания педагога... должна быть деятельность

школьника в проблемной ситуации, а не сама проблемная ситуация и даже не факт ее решения».

Технология деятельностного метода обучения на уроках математики

Технология проблемного обучения – одно из главных средств развития мышления учащихся. Но, если она не подкреплена, не обогащена другими приемами, технологиями, то её реализация может быть недостаточно успешной. Нужны приемы мотивации, целеполагания, способствующие усилению мыслей учащихся, для обмена информацией – групповая работа, нужны моменты рефлексии. Все это есть в интегративной технологии (ТДМ) основательно разработанной Л.Г. Петерсон в содружестве со своими коллегами. Восхищает логичность, системность, обоснованность, конкретность, разработанность идей, предлагаемых Людмилой Георгиевной и ее сотрудниками.

9 этапов урока открытия новых знаний в ТДМ – все важны и обязательны. Как отмечалось в 1 главе пособия, учителя нашей школы владеют, реализуют ТДМ, но особенно основательно осваивали эту технологию учителя начальной школы, учителя математики.

Приведем в качестве примера один из уроков ОНЗ.

Урок открытия новых знаний.

Тема – Сокращение дробей.

Цель: 1). ввести понятия «сократимая дробь», «сокращение дробей (на основе), используя основное свойство дроби». Учащиеся осознают, сформулируют цель своей деятельности. самостоятельно откроют или реализуют предложенный способ деятельности по открытию новых знаний (ЛУУД)

2). сформировать представление о практической ценности основного свойства дроби на основе практико-ориентированной задачи.

3) учить видеть многовариативность различных явлений; воспитывать желание мыслить, действовать экономно.

I. Мотивация к учебной деятельности

1.1. После приветствия, учитель предлагает учащимся необычные задания:

Тема осени (зимы, весны) в разных видах художественного творчества

- а. в музыке (альбом Чайковского П.И. «Времена года» или др)
- б. в поэзии («Уж небо осенью дышало...»)
- с. в живописи

Задание:

1. Определить, что общего во всех этих зарисовках? (Одна тема – осень)
2. Чем они отличаются? (формой представления).
3. Какой вывод можно сделать?

Ожидаемый результат: Любое явление, событие, понятие можно представить многовариативно.

1.2. А в математике, исходя из последнего изучаемого материала (какого?) – основного свойства дроби, вы могли бы привести пример многовариативности

$$\left(\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \text{ еще } \frac{1}{3} = \frac{3}{9} \text{ еще } \frac{1}{3} = \frac{30}{90} \dots \right)$$

двое учащихся разворачивают на глазах у остальных учащихся длинную ленту:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{60}{180} = \frac{700}{2100} = \frac{8000}{24000}$$

– Сегодня на уроке нам, возможно, придется воспользоваться идеей многовариантности.

1.3. А теперь, речь пойдет о другой характерной человеческой деятельности.

Задание: сформулировать, определить цель деятельности в приведенных примерах

- а. Давние времена. Человеку надо преодолеть пешком 60 км, со скоростью 5 км/ч. Сколько затратит времени?
- б. Он (человек) использует лошадь $V_{\text{лош}} = 15 \text{ км/ч}$, $S = 60 \text{ км}$, $t = ?$
- в. Прошли годы. Человек создал машину. $V_{\text{лош}} = 60 \text{ км/ч}$, $S = 60 \text{ км}$, $t = ?$

О чем данный пример? Какие происходят изменения, что меняется?

– На ускорение событий, на более скорое получение результата.

Возможно, и нам в математике можно получать результат быстрее и проще?

(Если ребята назовут приемы быстрого счета, – хорошо, нет, то оставим пока вопрос открытым)

II. Актуализация знаний и фиксация затруднения в проблемном действии.

2.1. Обратимся к последнему изучаемому материалу.

- Вспомним какие дроби мы изучали.
- Роль числителя и знаменателя, т.е. что показывает числитель, знаменатель.
- На основе какого теоретического материала мы утверждаем, что $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$?
- Прочитайте (сформулируйте) основное свойство дроби.
- В символах: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ $\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$.
- Сравните последние равенства, т.е. найдите общее и отличия.
- Найдите НОД (3, 9), НОД (300, 400), НОД (7, 8).
- Что мы сейчас делали? (Повторяли материал)
- Что дальше нужно сделать? (Пробное действие)

2.2. а) Предлагаю задания на выбор:

- Отрезать $\frac{300}{600}$ прямоугольника (веревки, отрезка).
- Закрасить $\frac{3000}{4000}$ квадрата.

б) За одну минуту.

в) Отрезать $\frac{100}{400}$ яблока.

Сформулируйте словесно и в символах способ действия при выполнении заданий, типа а, б, в.

Как вы будете действовать, выполнять задание? Выполняем.

III. Выявление места и причин затруднения

- Какие задания вы должны были выполнить?
- В каком месте возникло затруднение?
- Сформулируйте свое затруднение.
 - 1) Я не могу разделить предмет на такое большое количество частей и взять (обрезать, закрасить) конкретное количество.
 - 2) Я не могу объяснить что сделал верно. Недостаточно знаний.
 - 3) Я сделал, могу объяснить, но не уверен в верности, логичности ответа.

Что же делать дальше?

– Составить план выхода из затруднения.

IV. Построение плана выхода из затруднений.

Сформулируйте цель вашей деятельности на основе затруднения.

4.1. Предлагается сформулировать цель деятельности учащимся, у которых затруднения **1-го типа**.

Варианты ответа: **найти способ выполнения задания**, т.е. определить действия, которые необходимо выполнить с данными дробями, чтобы за ограниченное время отделить нужную часть от целого. (отрезать от прямоугольника, от яблока, закрасить).

Ваши средства:

- данные дроби
- их анализ
- свойства дробей
- определение способа применения этих средств в практических заданиях
- идеи вариативности, экономности.

Как вы могли бы определить тему урока?

– Особенные дроби

– Экономные дроби

– Кратные дроби

Построение плана выхода из затруднения

4.2. Предлагается сформулировать тему и цель деятельности учащихся, у которых затруднения **2-го типа**.

Цель: **сформулировать свое объяснение.**

Составьте свой план выхода из затруднения.

4.3. Те учащиеся, кто сделал задание и может объяснить как получился результат, определите план своих действий.

Возможны ответы (планы):

План 1 группы учащихся:

- 1) повторить последний изученный материал с целью возможного его использования.
- 2) проанализировать данные в заданиях дроби с целью возможного из видоизменения.

- 3) провести анализ примеров этапа актуализации, сопоставить их с заданием.
- 4) предложить свою версию, гипотезу.

План 2 группы учащихся:

- 1) повторить последний изученный материал с целью возможного его использования.
- 2) проанализировать данные в заданиях дроби с целью возможного их видоизменения.
- 3) провести анализ примеров этапа актуализации, сопоставить их с заданием.
- 4) предложить свою версию, гипотезу.
- 5) зафиксировать в символах.

План 3 группы учащихся:

- 1) проанализировать логику своих объяснений.
- 2) сопоставить с последним изученным материалом.
- 3) продумать алгоритм действий, возможные варианты.
- 4) придумать свое задание, аналогичное данному, и попробовать применить составленный алгоритм.

V. Реализация построенного проекта.

Учащиеся работают в группах (4-6 человек) в зависимости от вида затруднения.
Учитель выступает в роли консультанта, помощника, психолога, помогающего создать нужный психологический настрой.

– Помогает ли план в нахождении пути выхода из затруднения? (Если нет, то совет – вернуться к начальным пунктам плана, изменить, скорректировать план).

– Как зафиксирован общий способ деятельности?

– В каких типах задач возможно применение нового способа?

Отчет групп по результатам сделанного. По ходу отчета учитель, учащиеся задают уточняющие, «хитрые» вопросы. (Тонкие, толстые).

Так, получили: $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$. Дробь $\frac{3}{4}$ можно еще сократить? Значит, как она называется?

$\frac{300}{400} = ?$ В какой последовательности можно сокращать? Какой способ лучше?

Сделать вывод:

- что значит сократить дробь?

- на основании какой теории мы это делаем?
- каков порядок сокращения?
- как в символах и знаках представить сокращение дробей?

Итак, какую цель ставили? Удалось её достичь? Что дальше?

VI. Первичное закрепление во внешней речи.

Учитель предлагает выполнить ряд заданий на сокращение дробей.

Задание будет сократить дроби. Чем будете пользоваться при его выполнении – эталоном.

Эталон сокращения дробей.

Сократить дробь $\frac{75}{300}$ <i>I способ</i> $\frac{75}{300} = \frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ <i>II способ</i> НОД (75; 300) = 75 $\rightarrow \frac{75}{300} = \frac{1}{4}$	Сократить дробь $\frac{a}{b}$ <i>I способ:</i> Последовательное деление числителя и знаменателя на одинаковые числа <i>II способ:</i> 1) Найти наибольший общий делитель числителя и знаменателя. 2) Разделить числитель и знаменатель на наибольший общий делитель. $\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$
--	---

Задания: 1) Сократить дроби:

$$\frac{40}{60}; \frac{24}{80}; \frac{35}{20}; \frac{280}{14}; \frac{3000}{12000}; \frac{125}{1000}.$$

2) Отметить на координатном луче точки

$$A\left(\frac{200}{300}\right); B\left(\frac{120}{240}\right); C\left(\frac{300}{180}\right); D\left(\frac{84}{72}\right).$$

Задания выполняются:

- ✓ часть у доски
- ✓ часть комментированием с места.

Учитель выясняет - насколько понятен материал, есть ли еще затруднения.

– Каков следующий этап работы?

VII. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Учитель уточняет:

- Готовы ли вы проверить себя?
- Какие задания ожидаете?

Задания: 1) Сократить дроби:

$$\frac{75}{100}; \frac{33}{253}; \frac{320}{16}; \frac{45}{900}; \frac{105}{1200}.$$

2) Отметить на координатном луче точки:

$$A\left(\frac{100}{400}\right); B\left(\frac{360}{240}\right); C\left(\frac{84}{42}\right); E\left(\frac{39}{52}\right).$$

Ответы:

1)

$$\frac{3}{4}; \frac{3}{23}; \frac{20}{1} = 20; \frac{1}{20}; \frac{7}{80}.$$

2)

$$\frac{100}{400} = \frac{1}{4}; \quad \frac{360}{240} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}; \quad \frac{84}{42} = 2; \quad \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$$

У кого задания вызвали затруднения?

В чем причина затруднений?

У кого задания выполнены верно?

VIII. Включение в систему знаний.

– Каков следующий этап нашей работы? (Рассмотреть другие задания, в которых применяется сокращение дробей).

– Сократите дроби:

а) у доски:

$$\frac{15 \cdot 3}{7 \cdot 10}; \quad \frac{9 \cdot 5}{5 \cdot 21};$$

б) в парах:

$$\frac{21 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 105}; \quad \frac{19 \cdot 8 \cdot 11}{12 \cdot 57 \cdot 7};$$

в) в группах:

$$\frac{2a}{8ab}; \frac{15mkt}{34mt}; \quad \frac{18dcm}{45bdmk}; \quad \frac{xy}{4mnxy}$$

с последующей проверкой по образцу.

IX. Рефлексия деятельности на уроке

а) –Что нового вы сегодня узнали? (Как сокращать дроби и как использовать сокращение в некоторых практических ситуациях)

– Что мы отрабатывали? (Способы сокращения дробей)

– Где вы сможете применить новые знания?

б) Продолжите фразу на листочке «Оказывается сегодня на уроке я....»

*) Придумать слоган о многовариативности выходов из трудных ситуаций.

III.4 Формирование УУД – необходимое условие развития мышления учащихся.

«Должен быть почитаем, как бог, тот, кто хорошо может определять и делить».

Платон.

Очень медленно в учительской среде принимается идея необходимости явной, конкретной работы по формированию УУД. Встречаются и более категорические формулировки.

Так, Клепиков В.Н., учитель математики, ведущий сотрудник института изучения детства и семьи в одной из своих статей отмечает «... общероссийского внедрения метапредметного подхода не произошло»¹⁰ (речь о ФГОС 2-го поколения). В то же время необходимость содержательной работы по формированию УУД доказывают большинство ученых, занимающихся вопросами ФГОС. «... В связи с решением реализации идей ФГОС ООО, формирование системы УУД в процессе обучения математики должно стать явной, осознанной учителем, и учащимися главной задачей образовательного процесса, решение которой направлено на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов».¹¹ Отмечает доктор педагогических наук Боженкова Л.И. в своей книге «Методика формирования универсальных действий при обучении математике».

Как инструментальная основа мышления, решения проблемных ситуаций выступают ПУУД. Одна из первоочередных задач при формировании ПУУД, это: помочь учащимся осознать роль понятий в любой науке (предмете), осознать способы определения понятий.

¹⁰ Клепиков В.Н. Нивелирование негативных интенций подростков средствами осознания и понимания проблемных ситуаций.

¹¹ Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных действий при обучении математике.

На большинстве учебных предметов вводится множество различных понятий, определений. Но нередко приходится наблюдать формализм при введении, отработке понятий, что в последствии приводит к детским ошибкам.

Известный французский математик Фреше справедливо замечает: «Если что-нибудь действительно необходимо, так это уничтожение догматического метода», не давать никаких определений, не указав, как они возникли, для чего нужны, как они применяются».

Изучив множество определений, порой выпускник школы не может объяснить: какими способами они создаются, что такое объем понятия и его содержания, поэтому на уроках необходима специальная работа по формированию умений давать определения.

Рассмотрим некоторые примеры работы над понятиями.

Умения давать определения следует начинать с формирования умения выделять в предметах свойства. Для этого на некоторых уроках организуются следующие игры:

а) Отгадать человека, которого задумали в классе, когда галящий вышел. При этом называют свойства, позитивные характеристики по внешности, по чертам характера, по увлечениям.

б) Очень любят ученики игру «Да-нетка». Ведущий задумывает предмет, находящийся в классе, учащиеся называют какие-либо свойства, ведущий может отвечать только да или нет.

Например: - он стеклянный, деревянный;

- он живой, неживой;

- белый, черный.

При обучении различным способам определений бóльший акцент делается на определении через ближайший род и видовое отличие. Полезна на уроках серия следующих упражнений:

1) Укажите ближайший род

* астра

* Мерседес

* платье

* глагол

* отрезок

* параллелограмм.

2) Назовите виды

* многоугольников

* неравенств

* углов

3) Предлагается последовательное ограничение понятия «четырехугольник»: четырехугольник → параллелограмм → ромб → прямоугольник → квадрат. Все ли в нем правильно?

4) Правильно ли обобщены понятия в следующих примерах

* Ромб, параллелограмм, четырехугольник, многоугольник.

* Отрезок, прямая.

* Равноугольный треугольник, равносторонний треугольник.

* Полукруг, круг.

5) В определении «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны» заменить видовой признак.

Для того, чтобы «оживить» работу учащимся дается задание найти, придумать некоторые шуточные определения; здесь в дело идут различные курьезы с уроков. Используя знания ТРИЗ, возможна и такая работа:

Учащимся предлагается выписать много различных определений, можно из разных областей знаний и проанализировать: что в них общего, как сделать хорошее определение.

Три компонента в определении:

* надсистема

* функция

* отличия.

Например: стул – 1) мебель,
 2) для сидения (1 человека),
 3) имеет подпорку под спинку, нет
подлокотников.

Можно продолжить описание приемов по формированию умения давать определения понятиям, но очень важно наряду с отработкой данного умения уделять постоянное внимание осознанию учащимися роли, ценности определений. Это может осуществляться через беседы, на основе которых учащиеся осознают, что главное, существенное в любой науке, предмете обязательно отражается в понятиях, законах, концепциях. Поэтому им необходимо уделять должное внимание, принимать их научную ценность. А также можно подчеркивать значимость определений при решении задач. Например, очень непросто происходит осознание учащимися понятия расстояний от точки до прямой, до плоскости, между скрещивающимися прямыми. Особенно эта ситуация остро ощущается в старших классах гуманитарной направленности, когда учащиеся не могут для себя уяснить причины своего непонимания математики, сводят их к каким-то внешним обстоятельствам.

Пусть в качестве мотивации перед обозначенными темами дается практико-ориентированная задача. Верхний конец стебля камыша виднеется на высоте 1 метр от поверхности воды озера. Если отклонить его верхний конец от вертикального положения на 2 метра, то он окажется на уровне воды. Используя имеющиеся данные, найти глубину озера.

В чем здесь может быть затруднение у учащихся 8-х, 10-х классов? Могут ли они решить задачу, если не понимают тему «расстояния»?

Четко представив часть условия: «отклонить конец камыша на 2 метра», задача легко решается.

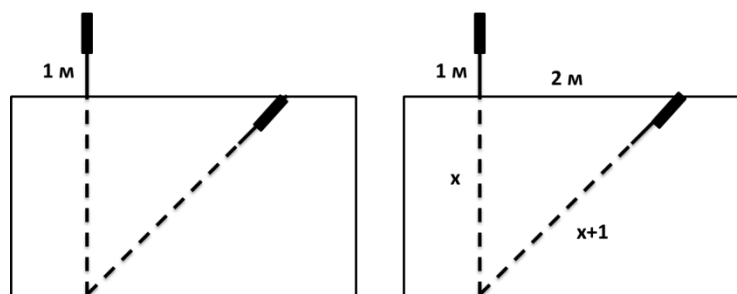


Рисунок 14

Обозначим подводную часть камыша за x м, тогда его общая длина составляет $(x+1)$ м. Из уравнения $x^2 + 1^2 = (x + 1)^2$ находим $x=1,5$ м.

Итак, главное затруднение при решении данной задачи – это понять в ней какой отрезок имеет длину 2 метра, то есть нужно четкое знание, понимание понятия расстояния от точки до прямой.

Еще одно базовое понятие, которое также трудно воспринимается учащимися, это функции. По замыслу авторов многих учебников оно развивается постепенно от одного учебного года к другому. Но, важно при первом знакомстве с данным понятием посвятить значительное время, внимание, подчеркивая особую его ценность. Рассказать учащимся как непросто шло формирование этого понятия в науке, о роли Г. Лейбница, И. Бернулли, Л. Эйлера в расширении, развитии понятия функции; о споре Эйлера с Даламбером о возможности придания широкого смысла функции. (Эйлер в некоторых своих произведениях описывал функцию как кривую «начертанную свободным влечением руки»). Главное, при приведении этих исторических справок, это достучаться до сознания учащихся до понимания ценности, значимости рассматриваемого понятия. А в методическом плане – это усиление мотивационной составляющей урока.

Еще одно мотивирующее направление, которое способствует развитию способности умело учиться, умело мыслить – это показ ценности открытия *способа* решения учебной, а в дальнейшем жизненной проблемы. Всегда находятся и ученики и взрослые, для которых характерна

холодность, ригидность мышления, ожидания, что кто-то другой додумается. Вспомним некоторые знаменитые высказывания. Генри Форд в своей книге «Моя жизнь, мои достижения» писал: «Для большинства людей наказанием является необходимость мыслить. Идеальной им представляется работа, не предъявляющая никаких требований к творческому инстинкту... Установление определенного круга занятий и однообразная организация большей части работы являются даже жизненной необходимостью – ибо иначе они не могли бы заработать достаточно на свое существование».

Аналогичное высказывание встречаем у Бертрана Рассела: «Многие люди умрут, чем начнут думать. И умирают, так и не начав». А.К. Дусавицкий в книге «Формула интереса» (стр 18-21) приводит описание интересного эксперимента. Описывается урок математики в 3-м классе. Учащимся розданы листы с задачами для самостоятельной работы. В тексте задачи 3-х типов. Первый тип требует выполнения простого арифметического действия, например «Можно ли разделить 620 тетрадей поровну между тремя классами?», то есть задачи I-го типа на признаки делимости на 3 (разделится число на 3 или нет). Задачи II-го типа сводятся к той же сущности, но интереснее по содержанию (на космическую тему, связанная с биологией). Третий тип – единственная задача, в которой дается ключик – общий способ решения всех предыдущих задач. Но чтобы его добыть, надо подумать, разобраться в сути предлагаемого способа. После самостоятельного прочтения всех 10 задач, учитель просит ребят выбрать те задачи, которые показались им интересными. Выбранные задачи надо решить и пояснялось, что отметки за работу ставиться не будут.

Результат: последнюю задачу разобрали, решили единицы (автор не указывает точно). Часть детей доходили до задачи – способа и ставили прочерк, что означало: «не хочу решать», «не буду», «не интересно».

Для учителя результаты этого эксперимента – это подсказка о необходимости специальной работы на уроках по формированию мотивации на осознанное овладение способами познания, на овладение УУД, как важными помощниками в мышлении. Неслучайно во всех рекомендациях по формированию ЗУН, УУД на первом месте (после диагностики владения тем или иным умением) ставится задача мотивации.

Работа с понятиями, умением выделять главное, анализировать и так далее – все это приемы умственной деятельности.

Обобщенные приемы умственной деятельности делятся на две большие группы – алгоритмического типа и эвристического.

Первые – это приемы рассудочного, правильного мышления, полностью соответствующего законам формальной логики, например алгоритмы решения типовых задач, алгоритм решения уравнений, неравенств.

Исследованиями психологов установлено: формирование приемов мыслительной деятельности алгоритмического типа – необходимое, но не достаточное условие развития мышления. Оно необходимо потому, что, во-первых, содействует совершенствованию репродуктивного мышления, являющегося важным компонентом творческой деятельности, и, во-вторых, эти приемы служат тем фондом знаний, на основе которых ученик может решать новые для него задачи, осваивать более сложные приемы мыслительной деятельности. Оно недостаточно потому, что алгоритмическая деятельность не исчерпывает творческого мышления. Длительные упражнения в решении задач на основе алгоритмов формируют установку на действие по готовому образцу, сковывают поиск рамками уже известных приемов, создают «барьер прошлого опыта». Поэтому формирование таких приемов должно сочетаться со специальным обучением приемам эвристического типа.

К общим эвристическим приемам относятся перечисленные выше: выделение главного, работа с понятиями, а также обобщение, сравнение, конкретизация, абстрагирование, различные виды анализа, аналогия, приемы кодирования и др.

Если не проводить целенаправленную работу по овладению эвристическими приемами, то практика показывает, что ими при решении новых задач пользуются только наиболее развитые ученики.

Для того чтобы любой прием имел значение для умственного развития, надо чтобы он был сознательно усвоен и широко обобщен. Осознанность проявляется в том, что учащийся может своими словами рассказать, как надо использовать данный прием.

Обучение приемам умственной деятельности имеет большое значение для устранения «перегрузки» учащихся и формализма в усвоении знаний, т.к. главный источник перегрузки и формализма знаний заключается в неумении школьников эффективно работать над учебным материалом и в отсутствии у них рациональных приемов умственной деятельности.

Если использование приемов умственной деятельности у того или иного школьника обнаруживает известное постоянство и проявляется достаточно широко в разных видах деятельности, то имеются основания считать, что у него сформированы определенные качества ума: активность и самостоятельности, продуктивность, гибкость, критичность и др.

При обучении математике важно учить специальным эвристическим приемам, способам решения проблемы. Интересная в этом плане методическая находка Окунева А.А.: «Полезно завести «копилку методов», в которую на протяжении всего года ребята будут заносить обнаруженные методы решения геометрических задач и советы решающему задачу...»¹²

¹² Окунев А.А. Углубленное изучение геометрии в 8 классе.

Петерсон Л.Г. в учебнике 5 класса формулирует очень важную мысль, что каждое новое знание появляется на основе предыдущего, отсюда идея доказательства ряда теорем 7-го класса: подведение под понятие или на основе ранее изученной теоремы.

Так 1-ый признак равенства треугольников основан на подведении под понятие равенства треугольников, теорема о биссектрисе равнобедренного треугольника основана на понятии медианы, высоты.

Учащимся особенно близки формулировки приемов, которые они дают сами. Так, при доказательстве третьего признака равенства треугольников приходится вводить дополнительный элемент – фигуру треугольника. Осмысление этого способа произошло раньше, когда изучали теорему о вертикальных углах, где также рассматривается дополнительная фигура – третий угол, смежный с каждым из данных. Закрепили этот способ доказательства, назвав его «метод посредника», рассмотрев некоторые жизненные ситуации, когда на помощь приходит «посредник».

На уроке алгебры, 7 класс, происходит специальный разговор об индуктивном и дедуктивном методе познания. Именно рассмотрение вначале частных случаев действий со степенями дало возможность самостоятельно открыть многие свойства степеней.

Прием вспомогательной фигуры (посредника) применим не только в геометрии, но и в алгебре – некоторая его модификация. Например, при решении уравнений, систем, неравенств используется прием введения нового неизвестного.

Постепенно учащиеся осознают значимость владения общими подходами при решении задач, доказательстве теорем.

Ценные материалы об обучении частным и общим эвристикам на уроках математики, с полезными примерами можно взять из книги Демищевой Л.О. «Теория и методика обучения математике в школе», из

книги Г.И. Саранцева «Методика обучения математике в средней школе» (глава V Эвристики в обучении математике).

III.5 О диагностике, контроле сформированности УУД.

Обучая определенным приемам умственной деятельности как любой учебной деятельности, необходимо контролировать степень их сформированности. В данной работе не ставилась цель разделить логические операции мышления, что подробно рассматривается в учебниках, пособиях по логике и группу универсальных учебных действий (ПУУД), направленных на решение познавательных учебных и жизненных задач, рассматриваемых в педагогике. В том и другом случае все логические операции – инструменты мышления.

К сожалению, до сих пор нет конкретных материалов по диагностике разных видов УУД, согласованных с текущим материалом по предметам. Бедны учебники и заданиями по формированию и развитию УУД. Формирование и диагностика УУД – это разные виды деятельности. Учителю надо предоставить системный материал, с правом выбора, учитывая уровни сформированности УУД в предыдущие периоды.

В приложениях представлены некоторые авторские или заимствованные из разных пособий диагностические материалы, задания. Так как цель развития мышления – способствовать становлению, формированию творческой личности, готовой решать учебные и практические задачи, то многие задания направлены на развитие креативности, проявление фантазии, смелости мышления.

Так, в начале каждого учебного года проводится творческая домашняя или классная работа. Задания постепенно усложняются: ребята создают на первых уроках (5-6 класс) Карту Знаний, по которой они будут путешествовать в течение года, заводят тетради «Мои открытия».

Рекомендации о Карте Знаний и о тетради « Мои открытия» можно найти в работах А.Б. Воронцова¹³.

В стартовых творческих работах 5-6 классов, в диагностических работах, начиная с 7 класса определяются перспективы исследовательской деятельности на год, четверть. Так в 6-м классе важные темы – это обыкновенные дроби, отрицательные числа. На первых уроках ставятся перспективные проблемы. Учащиеся выбирают те из них, что заинтересовали, записывают свои наблюдения в тетрадь открытий, приучаясь к исследовательскому поиску.

В 7 классе особое внимание уделяется геометрии, поэтому предлагается отдельная стартовая творческая работа, в которой нужно подумать о понятиях, поразмышлять о равенстве треугольников, о свойствах параллельных прямых.

Для составления таких работ определяют главные знания (ЗУН), которые откроют учащиеся в ближайшем учебном году, отдельные УУД, которые целенаправленно отрабатывались или будут отрабатываться и задачи на смекалку, творчество, интересные для ребят и учителя. Задания составляются из разных источников или авторские. Так задача о железной сетке для 9 класса взята из книги М.М. Поташника и М.Б. Левит «Как помочь учителю в освоении ФГОС» (стр 65). Авторы утверждали, что многие учителя на их занятиях терялись, не могли с ходу решить эту задачу. К радости учителя, учащиеся 9 класса все справились с данной практико-ориентированной задачей (ответ $4\sqrt{ab}$). А вот следующую, также практическую задачу не все решили, не хватило воображения, смекалки. (Задачи про прямоугольник со сторонами **a** и **b**, от которого отрезали другой прямоугольник. Ответ: надо измерить смежные стороны первоначального прямоугольника). Но это было начало 9 класса.

¹³ Воронцов А.Б. Практика развивающего обучения. – М.: ЦПРО «Развитие личности», 1998, 360с.
Воронцов А.Б. Учебная деятельность в введение в образовательную систему Эльконина Д.Б.-Давыдова В.В.. – М.: Рассказов, 2004г, 336с.

Подготовка к экзаменам в 9 классе дает возможность решить многие практические задачи. Интересным и трудным было для учащихся задание на решение неравенств. Давался некоторый «ключ» к поиску. Сформированность УУД, отрабатываемых на основе КТП также необходимо контролировать. Для текущего контроля сформированности УУД, как и для контроля ЗУН составляются либо отдельные краткосрочные (10-15 минут урока) диагностические, проверочные работы, либо задания по УУД включаются в зачетные работы. Так по работе с текстом в 5 классе давалась работа на среднее арифметическое. Текст взят не из основного учебника. Учащиеся должны были самостоятельно изучить его и выполнять ряд заданий: составить план, определить главное в тексте и так далее. Конечно, предваряет такие проверочные работы специально организованная на уроке работа. В данном случае на уроках и дома выполнялись задания: по написанию простого плана к изучаемому тексту в 5 классе, сложного плана в 6 классе, составление конспекта в 7 классе. В приложении представлена проверочная работа для 10 класса на умение работать с текстом.

Чем старше становятся учащиеся, тем основательнее рассматриваются вопросы, направленные на формирование УУД. Так все учебные годы уделяется внимание целеполаганию (РУУД), но в старшей школе, где в разы возрастает объем информации, нарастают пробелы в знаниях, активно встают вопросы о разумной организации учебного труда. Уже на новом уровне рассматриваются в 10-11 классах материалы о достойной цели, используя из ТРИЗ разделы ЖСТЛ (жизненная стратегия творческой личности); объясняется техника SMART, выражающая требования к формулировке цели. Цель должна быть: конкретной, достижимой, измеряемой, значимой, определенной во времени.

Даются задания на сравнение формулировок целей, предупреждая типичные ошибки. Например: сравните два вида формулировок целей при подготовке к зачету.

1 вариант: «улучшить знания по математике»;

2 вариант: (на основе SMART) научиться решать задачи на проценты, типа № 20-28 в течение 2 недель с 15-29 ноября.

В качестве одного из видов домашнего задания дается задание: сформулировать свою реальную цель (задачи) по подготовке к определенному зачету. В приложении приводится один из примеров задания по умению учащегося ставить цель.

Очень непросто научать учащихся проводить анализ, выявлять причинно-следственные связи. В школе проведен не один семинар по вопросам формирования и диагностике УУД. Ценной находкой, подспорьем для работы стало пособие «Диагностика сформированности познавательных умений у учащихся» М.В. Миронова, М.И. Иволгина, Т.М. Захарова, Волгоград, издательство «Учитель», 2016г. Очень полезное пособие не только для учителей начальной школы. В большей мере его стоит проработать учителям с 5-11 класс. В пособии дан в том числе и алгоритм по выявлению причинно-следственных связей. В приложении приведен пример на причинно-следственные связи для 5 классов и диагностическая работа для 9 классов.

Диагностическая работа по УУД и отдельным видам функциональной грамотности в старших классах по содержанию, объему более сложная. Так в работе для 10 класса даны задания и по умению извлекать информацию из несплошных текстов, и умению формулировать гипотезы и осуществлять доказательство, и на РУУД и КУУД.

Самый главный контроль сформированности УУД и функциональной грамотности (кроме защиты проектов) осуществляется в конце года.

Впервые, в 2020-2021 учебном году в 5-8 классах контроль проводился на зачетной неделе, когда на основе Положения о зачетной неделе обычные уроки не проводятся, а выделяются для зачетов. В один из таких дней учащиеся сдавали зачет по проверке сформированности метапредметных результатов. Была составлена работа для учащихся 5-6 классов, 7-8 классов, подготовлена группа учителей для проведения работ и их проверки. Результаты анализировались на итоговом педсовете. В приложении представлены данные работы и спецификация.

Хочется надеяться, что приведенные в приложении материалы помогут учителям математики в решении непростой, но нужной педагогической задачи – формировании и диагностике УУД, мотивации на творчество, креативность.

III.6. Групповые формы организации учащихся – еще одно необходимое условие развивающего обучения.

Групповые формы работы – любимый «конек» МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска». Насколько сложно шла эта работа в первые годы создания школы, настолько теперь не мыслится урок без нее.

Разработчики теории развивающего обучения, психологи, практики отмечают:

«Использование форм коллективной и групповой учебной работы является не одним из возможных видов организации учебного процесса, а представляет собой необходимое условие полноценного формирования учебной деятельности».¹⁴

Почему же групповые формы работы являются необходимым условием развивающего обучения?

Учебное сотрудничество со сверстниками предполагает распределение между детьми различных точек зрения (позиций), представляющих разные стороны усваиваемого понятия. Столкновение,

¹⁴ Маркова А.К. «Формирование учебной деятельности школьников»

конфликт позиций приводят группу к формулировке противоречия, лежащего в основе понятия. Указание на это противоречие выступает тем продуктом групповой работы, по которому взрослый может судить о наличии подлинной совместности в работе детей. Показателем совместности учебного типа является перевод конфликта позиций в содержательный план.

В учебной деятельности сотрудничество со сверстниками становится существенным моментом самого процесса усвоения понятий, ибо поляризация и координация точек зрения в группе – это способ определения границ применения каждого понятия, границ детского знания и незнания. Поэтому у детей, участвовавших в групповой работе, рефлексивные способности формируются более эффективно, чем у детей, осваивавших понятия только в ходе общеклассных дискуссий.

Некоторые приемы групповой работы на уроках математики.

1. Очень помогает систематизировать знания, активизировать ребят при

подготовке к зачетной, контрольной работе следующий прием. Дается или определяется вместе с учащимися набор заданий из учебника, раздаточного материала. У каждой группы карта контроля.

Ф.И. учащихся групп	Зад 1	Зад 2	Зад 3	Итог

В группе есть лидер, который отвечает за организацию и порядок; есть хранитель времени, который напоминает ребятам: на сколько быстро выполняют работу. Ученик, сделавший первое задание первым, после предварительного обсуждения в группе, подходит для проверки правильности выполнения к учителю. Если все верно, то этот ученик, отвечает за проверку данного номера у ребят своей группы. Следующий номер быстрее и правильно сможет сделать другой ученик, тогда уже он контролирует ребят группы. В этом случае редко возникает необходимость

выносить задание на доску, а в случае затруднений у учителя обычно готовится заранее хорошо оформленный лист – образец (эталон).

Другой прием групповой работы – это модификация первого; в нем важен элемент соревновательности групп. На доску выносится таблица, приведенная выше.

Теперь важен итог работы не отдельного учащегося, а всей группы в целом. Первый решивший проверяет у всех остальных учащихся в группе, последний – ставит отмену о выполнении в таблице на доске (+).

3. В первом и втором приеме задания всем группам даются одинаковые. В случае же прохождения большой темы и необходимости повторения разнообразного материала каждой группе дается свое задание, которое оценивается каким-то количеством баллов.

Здесь важно решение каждой группы представить на доске, причем часто выходят оформлять ни один ученик, а двое-трое: один рисует, другой пишет, третий – дает советы: благо большие доски дают такую возможность.

4. При изучении нового, работа в группах заключается в совместном поиске идей решения какой –либо проблемы. Здесь важно учить ребят слышать друг друга, не отвергать идею «с ходу», не спешить говорить «нет, это не пойдет». Рассмотрим некоторые примеры с уроков с использованием групповых форм организации учащихся.

Пример1.

Урок геометрии.

В практике работы учителю при обучении геометрии в 7 – 8 классах часто приходится сталкиваться с тем, что учащиеся путают понятия: определения, свойства, признаки. К примеру, надо назвать признак параллелограмма, ученики формулируют его свойство и наоборот.

Фрагмент урока в 8 классе.

Требовалось доказать один из признаков параллелограмма. Ученик пишет

Дано:

ABCD – параллелограмм

$AB = CD$; $BC = AD$.

Доказать:

ABCD – параллелограмм.

Подобного рода ошибки побудили выделять в 7 классе специально время на отработку этих понятий.

Итак, урок, предшествующий теме «Признаки равенства треугольников»

* Учитель нацеливает учащихся задуматься над понятием «признак».

Приводится пример: перечисляются признаки какого-либо предмета, ребята отгадывают предмет;

* Дается задание: признак – что это, составьте определение.

Чтобы объединить усилия детей, каждой группе дается небольшой лист, на котором написано: «Признак - ...».

И хотя задание было непростое, дети сумели выделить существенное при формировании требуемого понятия.

Вот результаты работы групп:

Признак – это отличительная черта (1 группа)

- характеристика чего-либо, дающая нам понять, о чем речь (2 группа)

- факторы, характеризующие предметы со всех сторон (3 группа).

Учитель предлагает для сравнения определение признака из словарей

«Признак – показатель предмета, знак, по которым можно узнать, определить что-нибудь». (С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова «Толковый словарь русского языка»)

«Признак – все то, в чем предметы, явления сходны друг с другом или в чем они отличаются друг от друга: показатель, сторона предмета или

явления, по которой можно узнать, определить или описать предмет или явление».

(Н.И. Кондаков «Логический словарь- справочник»)

Группы читают, сравнивают со своим толкованием.

* На доске нарисованы фигуры:



Группы договариваются о выборе одной фигуры. На отдельном листочке перечисляются ее признаки и по кругу листы передаются от одной группы к другой. Догадавшись о какой фигуре идет речь, ученики подписывают «ее имя», листочки возвращаются к авторам. Здесь отрабатывалось умение оставлять набор признаков, так в одной группе ученики составили следующее:

* четырехугольник, у которого противоположные стороны и углы равны.

Но тогда ответ не однозначный, под него подходит и 1, и 2, и 3 фигуры.

* Наибольший интерес вызвало следующее задание: задумать что-то

—

предмет, явление, описать через признаки.

Вначале в группах определялись, — что же выбрать? Загадки детей были достаточно интересными.

Пример 1 группы:

- 1) Его именем названа машина.
- 2) Хищник.
- 3) Пятнистый.
- 4) Научное название.
- 5) Ребус.

Ф - У

/ Неизвестный попугай / + / Южная развитая страна /

ЯГУАР.

Пример 2 группы:

Происходит как миражи, отражение облаков, сильно пугало людей, часто это можно наблюдать в Бронкете.

Возможно некоторым читателям покажется приведенная работа излишней. Пусть каждый педагог определяет для себя ее важность сам, но то, что в школах часто идет недостаточная работа над понятиями, наблюдается формальное их введение, это факт.

Описанный эпизод – лишь малый фрагмент серьезной работы над понятиями, использование методики проведения мастерских здесь оказалось очень уместным.

Пример2.

Урок геометрии в 7 классе.

В теме «Задачи на построение» нужно ввести определение окружности. Вначале, с целью создания соответствующего настроения на работу с понятием, учащиеся вспоминают, как составляется определение, что наиболее распространенный способ – это через ближайшее родовое понятие с указанием видовых отличий.

ПОНЯТИЕ = РОД + ВИДОВОЕ ОТЛИЧИЕ.

Примеры тому, определение отрезка, медианы и пр.

Далее, учитель напоминает, что есть и другие способы введения понятий, через описание его составляющих. Например, угол – это геометрическая фигура, состоящая из точки и двух лучей, исходящих из этой точки.

Затем, ребятам предлагается составить определение окружности по группам. Учащиеся, затрудняясь, постепенно вывели характерное свойство точек окружности, но были неточности.

И далее, решили следующим способом озвучить работу групп: по одному представителю от каждой группы выйдут из класса, с целью, что каждый отвечающий даст именно то определение, которое составила группа. Для взрослого, учителя, выход ребят за дверь, это незначительный момент, а для ребят важно, они включаются в игру, конкурс на лучшее определение.

Выслушав одного представителя, другие группы, выдвигают контр-примеры на их неточности.

Например, одна из групп составила следующее определение: окружность – это геометрическая фигура, находящихся на данном расстоянии от 1 точки.

На что другая группа ответила контр - примером.

«По предложенному определению получается, что фигура из 6-7 точек, находящихся на определенном расстоянии – окружность?», т.е. пришли к необходимости включения в определение слов «состоящая из всех точек, расположенных...».

III.6. О некоторых результатах работы.

Есть ли результаты этой трудоемкой, кропотливой, отнимающей массу времени, но при этом очень интересной работы?

На выпускном вечере в 9 классе девочка дарит мне письмо – открытку, в которой много теплых слов, но особенно дорога благодарность за то, что подтолкнула ее к самосовершенствованию, работе над характером, учила, как это делать, учила учиться. «Я чувствовала, что становлюсь лучше, умнее» – из письма. И таких высказываний (устных, письменных – в анкетах) немало. Но это, кажется, лирика.

А вот некоторые факты. При совмещении 2-х видов деятельности: как учителя и заместителя директора по научно-методическому обеспечению, рабочая учебная нагрузка не более 2-х часов, то есть один класс. Последние года – это только углубленное изучение, начиная с 5-11 классы. Качество обученности учащихся, которые в этом году заканчивают школу, все года от 83%(5-6 классы 81%, 6-8 классы 82%, 10 класс 92%). Последние 2 года, в силу сложившихся обстоятельств, добавилось обучение геометрии в 10-11 классах гуманитарной направленности; но по итогу 10 класса максимальный уровень обученности 71%, неуспевающих нет.

За годы обучения есть призеры олимпиад различных уровней, победители в программе «Шаг в будущее», представлявшие свои работы в Москве, есть «стобалльник» (к сожалению, один). Ежегодно проводится основательный анализ не только знаний, умений, навыков, но и степень сформированности универсальных учебных действий.

Но самое важное – это то, что остается в умах и сердцах наших воспитанников, повлияли ли уроки на их личностные ценности, установки. Хочется верить, на основе их отзывов во время встреч, их последующих успехов, что все не напрасно.

В конце каждого учебного года учащимся предлагается анкета, благодаря которой можно корректировать свою работу учителя. А последний урок в 11 классе проводят сами учащиеся. Это урок – подарок учителю.

Например, у пятиклассников были такие вопросы:

1) Напиши 5 наиболее

а) любимых

б) значимых предметов.

2) Отличались ли уроки математики в 5кл., от уроков в начальной школе?

3) Нужны ли задания на развитие памяти, внимания, мышления?

4) Что хорошего, плохого в групповой работе?

В 8 классе так же спрашивалось:

- Почему ты выбрал углубленный курс.

- Какая задача тебе особенно запомнилась и т.д.

Ответы на вопрос, отличались ли уроки математики?

- Да, более трудные и интересные.

- Да, мне кажется, что я в 5 классе стала больше думать и догадываться, и давали веселые задачи.

Нужны ли упражнения на развитие памяти, внимания, мышления?

* Мне кажется, да, у меня лучше стала память. Нужны!

* Да, их надо проводить. Мы высшая группа (завышенная самооценка) и нам надо развивать свои умственные способности.

* Мне нравится решать задачи на смекалку, они интересные, серьезные загадочные и даже таинственные (для меня).

О групповой работе.

* Групповая работа нужна, больше шансов найти правильный ответ.

* Нужна! Полезна тем, что когда идет групповая работа, мы общаемся, помогаем друг другу.

* Да! Мы двигаемся, а то много сидим за партами без движения. Мы узнаем, друг друга, т.е. как он (ученик) мыслит, думает.

Встречаются и критические высказывания:

* Иногда нужна, но не всегда. Она полезна тем, что общаемся с одноклассниками, но иногда она создает много шума.

Из ответов восьмиклассников.

* Я выбрал углубленный курс математики, т. к. здесь я могу изучать материал вперед и более глубоко. Меня увлекает возможность написания творческих работ, еще способы учебы: групповая работа, соревнования, рассказы о жизни ученых, решение интересных задач.

* Я выбрала углубленный курс математики, т. к. математика нужный и один из любимых предметов. Лишь при углубленном изучении математики понимаешь всю значимость данной науки.

* Я выбрала углубленный курс математики, т. к. мне нравится изучать эту науку.

Итоги, выводы:

В данном пособии представлены некоторые материалы из опыта работы педколлектива МАОУ «СОШ № 104 г. Челябинска», учителя по развитию интеллектуальных способностей учащихся. Но, многие находки не отражены. Например, при характеристике критериев развитости мышления не показана роль отдельных качеств, умений, условий, способствующих развитию ума. Во многих исследованиях психологов, методистов отмечаются такие качества, как гибкость мышления и его антипод – инертность мышления, глубина и поверхность, восприимчивость и проблемность, оригинальность мышления, глубина ума...

В пособии обозначены только отдельные штрихи, примеры мотивации на активное мышление; не показана роль наличия исходных знаний при решении проблем, опыт использования теории решения изобретательских задач (ТРИЗ), в которой значительное внимание уделяется системности мышления, креативности; не описаны способы оценивания образовательных результатов. Школа 104 три года (2018-2021) являлась федеральной инновационной площадкой по реализации технологий формирующего и критериального оценивания. Грамотно ориентированное оценивание содействует развитию универсальных учебных действий (УУД), усвоению прочных знаний, снимает страх перед плохой отметкой, а значит способствует смелости, активности мышления.

Что же главное, наиболее значимое, на что хотелось обратить внимание учителя, решающего для себя вопросы развития мыслительных

способностей учащихся? Подход к мышлению как деятельности означает, что для её осуществления в желательном направлении нужно создание соответствующих условий.

На наш взгляд, умственное развитие учащихся в школе (в нашей 104 школе) будет более эффективным, если реализуется комплекс следующих условий:

1. учащиеся осознают, понимают что представляет собой мышление, учителя целенаправленно формируют интеллектуальные умения, мыслительные операции (сравнение, выделение главного, анализ, синтез, обобщение...)

2. у учащихся формируется:

- чувствительность, зоркость к познавательным проблемам, умение ставить, вычленять проблему;

-навык решения проблем;

а так же формируется:

- системное мышление;

- на основе рефлексивной деятельности развиваются навыки критического мышления.

3. в учебном процессе в системе проводится работа развития внимания, памяти, воображения, и качеств ума (самостоятельность, глубина, гибкость, быстрота...);

4. развиваются навыки творческого, эвристического мышления;

5.главные, приоритетные технологии – это:

- технология деятельностного метода в редакции Петерсон Л.Г. на основе системно-деятельностного подхода;

-проблемного обучения (если учитель не реализует технологию ТДМ);

- групповые формы организации учащихся;

- организация исследовательской деятельности на уроке и во внеурочное время, проектная деятельность;
- задания, аналогичные международным исследованиям PISA, то есть практико-ориентированные, компетентностно-ориентированные задания;
- задания на развитие креативности.

Г.А. Цукерман в книге «Развитие учебной самостоятельности» отмечает: «Тезис Эльконина об учебной деятельности как деятельности по САМОизменению не был услышан до тех пор, пока в общественное бытие не ворвалось веяние нового времени». Такое время настало. И путь к самоизменению через развитие мышления наших учащихся.

Литература.

1. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных действий при обучении математике, М.: Лаборатория знаний, 2017, 240с.
2. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение, М.: Знание, 1983. – 96 с.
3. Воровщиков С.Г. Продуктивные деловые игры во внутришкольном управлении: теория, технологии, М.: ЦГА, 2005г., 320с.
4. Воронцов А.Б. Практика развивающего обучения. – М.: ЦПРО «Развитие личности», 1998, 360с.
5. Воронцов А.Б. Учебная деятельность: введение в образовательную систему Эльконина Д.Б.-Давыдова В.В.. – М.: Рассказов, 2004г, 336с.
6. Выготский Л.С. Педагогическая психология, М., 1996.
7. Гин А., Баркан М. Открытые задачи как инструмент развития креативного мышления. М.: Народное образование, 2014. — 84 с.: ил
8. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения, М.: ИНТОР, 1996 г. , 544 стр
9. Денищева Л.О. Теория и методика обучения математике в школе, М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2013, 247 с.
10. Дусавицкий А.К. Формула интереса, М.: Педагогика, 1989, 176с.
11. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике, М.: Просвещение, 1990, 128с.
12. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного метода, М.: Просвещение, 2003, 223с.
13. Кен Робинсон Образование против таланта, М.: Манн, Иванов, 2013, 324с.
14. Клепиков Валерий Николаевич Нивелирование негативных интенций подростков средствами осознания и понимания проблемных ситуаций// Школьные технологии. 2020. №3. URL:

<https://cyberleninka.ru/article/n/nivelirovanie-negativnyh-intentsiy-podrostkov-sredstvami-osoznaniya-i-ponimaniya-problemnyh-situatsiy> (дата обращения: 25.01.2022).

15. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в школе, Издательство: М.: Просвещение, 1975 г, 462 с.
16. Кочеровская, Е. С. Методы развития креативного мышления на уроках математики / Е. С. Кочеровская. — Текст : непосредственный // Образование и воспитание. — 2015. — № 3 (3). — С. 30-31. — URL: <https://moluch.ru/th/4/archive/9/129/> (дата обращения: 25.01.2022).
17. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. — М.: Знание, 1991.— 80 с.
18. Курпатов А.В. Красная таблетка. Посмотри правде в глаза. – СПб.: ООО Дом Печати Издательства книготорговли «Капитал», 2019, 352с.
19. Курпатов А.В. Красная таблетка – 2, СПб: Нева. 2021, 352с.
20. Лобок А.М. Принципы качественного обновления государственных стандартов в области общего образования
21. Максимова В.Н. Проблемный подход к обучению в школе.
22. Маркова А.К. «Формирование учебной деятельности школьников»
23. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения.
24. Махмутов М.И. Проблемное обучение.
25. Миронова М.В., Иволгина М.И., Захарова Т.М. «Диагностика сформированности познавательных умений у учащихся», Волгоград, издательство «Учитель», 2016г
26. Мур Л.П. Как тренировать интеллект
27. Никитин В.В. Сборник логических упражнений.
28. Окунев А.А. Как учить не уча или 100 мастерских по математике, литературе и для начальной школы.

- 29.Окунев А.А. Углубленное изучение геометрии в 8 классе.
30. Петерсон Л.Г. Кубышева М.А. Типология уроков деятельностной направленности в образовательной системе «Школа 2000»
- 31.Поташник М.М., Левит М.В. Как помочь учителю в освоении ФГОС. – Москва, 2014
- 32.Поспелов Н.М. Формирование мыслительных операций у старшекласников
33. Репкина Г.В. Оценка уровня сформированности учебной деятельности.
34. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии Питер, 2002 г., 720 стр.
35. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике.
- 36.. Саранцев Г.И «Методика обучения математике в средней школе»
37. Сборник. Формирование познавательной деятельности школьников.
- 38.Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности старшекласников.
- 39.. Цукерман Г.А в книге «Развитие учебной самостоятельности»
- 40.Шарыгин Н.Ф., Ерганжиева Л.Н «Наглядная геометрия» Москва, 1992г. стр. 64

Работа проводится в начале года, 5 класс.

Творческая домашняя работа

Дорогой пятиклассник!

Иногда тебе будут предлагаться творческие домашние задания. Я надеюсь, что ты будешь проявлять фантазию, выдумку, и будешь придумывать нестандартные решения. Удачи тебе!

Твой учитель!

1^{ое} задание

Прочитай математическую сказку и переведи ее на язык науки.

О натуре натуральных чисел

В Счётном королевстве, в маленьком городке Натуральных чисел, жили-были подданные великого короля по имени Число и королевы Цифры законопослушные натуральные числа.

Добрые, уступчивые, всегда готовые прийти на помощь, посчитать любое количество любых предметов, даже самых необычных, привести всё в порядок.

Предками их считаются цифры. Впиши их. Помнишь, сколько их всего?

Только благодаря родителям-цифрам мы можем составить любые числа.

Запиши два числа, трёхзначное и пятизначное

Цифры в разных числах многолики. Они обожают бегать из разряда в разряд, и не успеешь оглянуться, как из разряда единиц они убегают в разряд десятков, или сотен, или тысяч, или десятков тысяч — и так до бесконечности, на ходу меняя свой класс.

2^{ое} задание

Запиши, что обозначает цифра 5 в каждом из чисел:

5 - _____

25 - _____

57 - _____

572 - _____

5 023 - _____

6 558 - _____

3^е задание

С помощью цифр запиши числа

а) 15 млн. 235 тыс. 708 - _____

б) 247 млрд. 12 млн. 121 тыс. - _____

в) 47 млрд.- _____

г) пятьсот восемь миллионов двенадцать тысяч семьдесят - _____

д) пять миллиардов пять тысяч пять - _____

4^е задание

Подумай: зачем тебе нужна математика?

Напиши свои рассуждения о роли математики в жизни человека, в твоей жизни.

5^{ое} задание

Знаешь ли ты какую-нибудь интересную задачу? Напиши ее условие. Если возможно, сделай рисунок.

Работа проводится в начале года, 6 класс.

Самостоятельная стартовая работа.

Ребята! Эта работа особенная: в ней заложены идеи, которые мы будем развивать целый год. Главное: смелее думайте, рассматривайте разные варианты, рассуждайте!

- 1) Возьмите два любых однозначных числа. Найдите несколько кратных каждому из них. Существует ли общее общее кратное для обоих чисел? Если да, то как его находить?
- 2) Проведите исследование: какие числа делятся на 4. Сформулируйте признак.
- 3) Нарисуйте отрезок $AB=8$ клеток, отметьте точкой C $\frac{2}{4}$ отрезка AB и нарисуйте $KM=8$ клеток, отметьте точкой X $\frac{4}{8}$ отрезка KM . Сравните AC и KX , сравните $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$. Приведите ещё один свой подобный числовой пример. Что здесь важного?
- 4) Мы умеем $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = ?$ Догадайтесь, как сложить такие дроби $\frac{1}{5} + \frac{7}{15} = ?$
- 5) Многие примеры мы стремимся упростить. Можно ли дробь $\frac{2000}{6000}$ записать проще, короче? Как?
- 6) Известно, что $-2 + (-5) = -7$; $-2 + 5 = -3$, а как умножать $-2 \cdot (-5) = ?$ $-2 \cdot 5 = ?$
- 7) В первом классе 42 ученика, во втором на 3 ученика меньше, чем в первом. Сколько учеников в третьем классе, если всего в этих трех классах 125 учеников.

Успехов вам, интересных находок!!!

Работа проводится в начале года, 7 класс.

Стартовая творческая работа по геометрии

Дорогие ребята!

Геометрия изучает фигуры, их свойства, учит рассуждать, доказывать. С древнейших времен и до наших дней она служит людям разных профессий: морякам, авиаторам, конструкторам, бизнесменам. Чтобы познать ее тайны, нужно развивать глазомер, нужно уметь наблюдать, анализировать, догадываться. Этому можно научиться. Для этого надо найти «свои» задачи и не пожалеть сил и ума на их решение.

Цель данной работы: помочь каждому из вас определить для себя задачи, проблемы, вопросы из геометрии, над которыми ты хотел бы размышлять.

Задания

1. Первое, в чем необходимо разобраться при изучении геометрии, это в понятиях. Перед тобой список геометрических понятий. Поставь «+», если хорошо представляешь себе этот геометрический объект, «?» - если сомневаешься, «-», если совсем не знаешь что это.

Понятие		Понятие	
1. Точка		2. Ромб	
3. Прямая		4. Параллелограмм	
5. Отрезок		6. Трапеция	
7. Луч		8. Касательная	
9. Угол		10. Апофема	
11. Треугольник		12. Додекаэдр	
13. Окружность		14. Икосаэдр	
15. Круг		16. Пирамида	
17. Медиана		18. Хорда	
19. Высота		20. Касательная	
21. Биссектриса		22. Средняя линия треугольника	
23. Вертикальные углы		24. Радиус	
25. Смежные углы		26. Диаметр	
27. Параллельные прямые		28. Катет	
29. Перпендикулярные прямые		30. Гипотенуза	

Дай полное определение одному из понятий.

Не волнуйся, если плюсов не так много. Все еще впереди.

Самооценка

Взаимооценка

Оценка учителя

2. Одна из первых твоих задач геометрии состоит в сравнении фигур: равны они или нет.

Вспомни или придумай, как сравнить:

- а) два ботинка
- б) два отрезка
- в) два угла
- г) два треугольника

Подумай: сколько (наименьшее количество) сторон и углов в 2х треугольниках должно быть равными, чтобы сделать вывод, что треугольники равны.

3. Параллельные прямые не пересекаются. Но убедиться в этом сложно. Придумай способ по каким признакам можно судить, что прямые параллельны. Подсказка! Возможно тебе понадобится транспортир или линейка или циркуль. $a \parallel b$, если???



4. Окружность - удивительная фигура, древние греки считали ее совершенной. Совершенство окружности - в расположении всех ее точек на одинаковом расстоянии от центра.

Окружность хранит много математических тайн. Откроем одну из них.

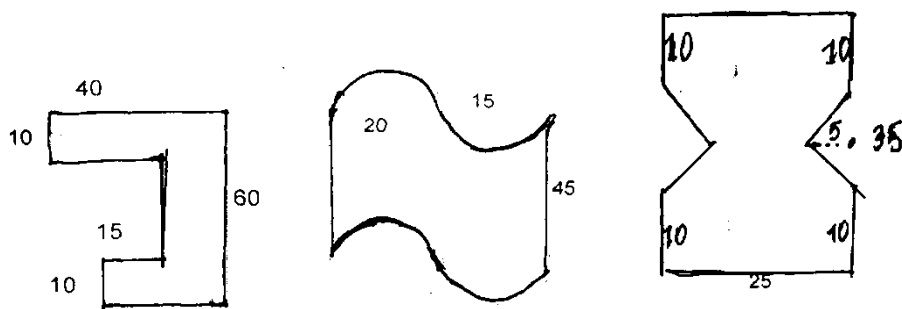
Нарисуй с помощью циркуля окружность, проведи две пересекающиеся хорды. (Хорда - отрезок, соединяющий любые две точки окружности)

Измерь длины получившихся отрезков первой хорды и найди их произведение. Измерь длины получившихся отрезков второй хорды и то

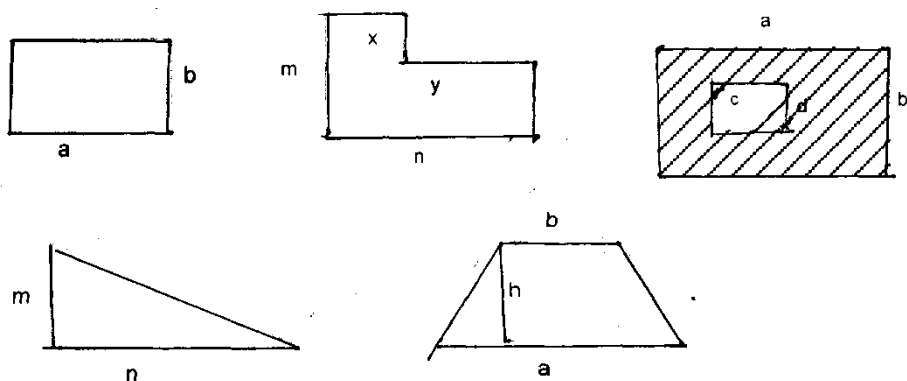
же найди произведение. Сравни результаты. Повтори эксперимент 2 раза. Сформулируй гипотезу.

5. Геометрия в переводе с греческого означает «измерение Земли» или землемерия. Нахождение площадей фигур - одна из важнейших задач геометрии.

А) Найди площади следующих фигур



Б) Составь формулы для нахождения площадей следующих фигур.



6. Из Древнего Вавилона до нас дошла следующая задача.

Длинна и четверть ширины вместе составляют 7 ладоней, а длина и ширина вместе — 10 ладоней. Сколько ладоней составляют длина и ширина в отдельности. Подумай! Если не получится сразу, вернись к задаче позднее.

7. Построй прямоугольный треугольник. Измерь один катет, взяв его за сторону, пристрой к треугольнику квадрат, стороны которого равны

длине этого катета. Аналогично все сделай со вторым катетом и гипотенузой. Получилось три квадрата. Посчитай их площади. Сравни сумму площадей квадратов, построенных на катетах и площадь квадрата, построенного на гипотенузе. Выдвини гипотезу.

8. Итог. Напиши: а) какие задачи тебе понравились, напиши, чем они интересны, б) какие задачи ты не решил, но хотел бы решить, проанализируй одну из них. В чем твоя трудность, в) предложи свою геометрическую задачу.

5 класс, умение работать с текстом.

Прочитай текст

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

Задача 1. Миша, Коля и Петя были в походе. Подойдя к лесу, они решили сделать привал. У Миши было 2 пирожка, у Пети 4 и у Коли 6. Все пирожки мальчики *разделили поровну* и съели.

Сколько пирожков съел каждый?

Решение. Всего у мальчиков было $2 + 4 + 6$, то есть 12 пирожков. Каждому досталось по $12 : 3$, то есть 4 пирожка.

Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

$$\text{Среднее арифметическое} = (\text{Сумма чисел}) : (\text{количество слагаемых})$$

Задача 2. Человек шел 2 ч со скоростью 4,6 км/ч и 3 ч со скоростью 5,1 км/ч. С какой *постоянной* скоростью он должен был идти, чтобы пройти то же расстояние за то же время?

Решение. Найдем все расстояние, которое прошел пешеход: $4,6 \cdot 2 + 5,1 \cdot 3 = 9,2 + 15,3 = 24,5$ (км).

Разделим полученный результат на время, затраченное на этот путь: $24,5 : 5 = 4,9$. Получим ответ: пешеход должен идти с постоянной скоростью 4,9 км/ч.

Такую скорость называют **средней скоростью движения**.

$$\text{Средняя скорость} = (\text{Весь пройденный путь}) : (\text{все время движения})$$

Этот же ответ можно получить, если найти **среднее арифметическое** скоростей за каждый час движения:

$$(4,6 + 4,6 + 5,1 + 5,1 + 5,1) : 5 = 4,9.$$

Часы | 1-й | 2-й | 3-й | 4-й | 5-й

Подобным образом находят среднюю урожайность, среднюю производительность и т.д.

5 класс по учебнику Петерсон Л.Г.

Умение определять причинно-следственные связи

<i>Посылки, выводы</i>	<i>Выводы истинно, ложно</i>
1) • Все десятичные дроби - числа • 1,5 десятичная дробь • 1,5 - число?	1,5- число - истинное высказывание, так как 1,5 - десятичная дробь, а все десятичные дроби — числа.
2) Некоторые математики пытались решить проблему «квадратуры круга». Софья Ковалевская – математик. С. Ковалевская пыталась решить квадратуру круга?	
3) Если число оканчивается нулем или цифрой 5, то оно делится на 5. Число 435 оканчивается цифрой 5. Число 435 делится на 5?	
4) Некоторые люди обладают способностью к быстрому счету и точному счету. Некоторые люди - математики. Следовательно все математики обладают способностью к быстрому и точному счету?	
5) Все прямоугольники - четырехугольники. Трапеция - не прямоугольник. Следовательно трапеция - не четырехугольник?	
6) Все натуральные числа - рациональные. Нечетные числа - натуральные. Следовательно, нечетные числа — рациональные?	
7) Некоторые геометрические фигуры являются выпуклыми. Квадрат - геометрическая фигура. Следовательно квадрат - выпуклая фигура?	
8) Студент Орлов - спортсмен. Некоторые спортсмены являются мастерами спорта. Орлов - мастер спорта?	

9 класс

Самостоятельная творческая работа.

Умение мыслить творчески, нестандартно

Уважаемые девятиклассники!

Вам предстоит проверить свои способности на смелость, нестандартность, гибкость мышления.

Гибкость ума позволяет посмотреть на проблему с разных точек зрения, при этом возможно придется сравнивать предлагаемые объекты, классифицировать, осознавать, формулировать и переформулировать проблему, определяя стратегию её решения.

Очень важно смело посмотреть на каждую задачу.

Даже, если решение будет неверно, не доведено до конца, но в нем есть интересные идеи, то возможно получить определенное количество баллов.

Задание 1 Определить: что общего в каждой серии предложенных ниже выражений

а) $\frac{11}{10}; \frac{6}{5}; \frac{7}{13}$

б) $(a + b) \cdot 2$ и $a \cdot 2 + b \cdot 2$

в) $\text{см}^3, \text{дм}^3, \text{м}^3$

г) $y = 3x; xy = 5; y - \sqrt{x} = 0$

д) $x^2 > 6; x^2 - 4x + 3 = 0; \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 7y - 6x = 4 \end{cases}$

е) Какое интеллектуальное умение при рассмотрении этого задания вы использовали, к группе каких УУД оно относится?

Задание 2. Задача

а) Сколько понадобится железной сетки, чтобы огородить участок квадратной формы, равный по площади участку прямоугольной формы со

сторонами ***a и b?*** небольшая подсказка: *задача алгебраическая, решается в общем виде.*

б) Какие интеллектуальные умения при решении применялись. Пояснить.

Задание 3. *Задание на умение применять смекалку, знания в быту*

Имеется прямоугольник со сторонами *a* и *b* . От него отрезали другой прямоугольник, имеющий с первоначальным один общий прямой угол. Получившаяся фигура - шестиугольник. Начертите эскиз чертежа.

Ответьте: какие измерения достаточно сделать, чтобы найти длину будущей изгороди. Сделайте пояснения.

Задание 4. Это задание проверяет умение осуществлять систематизацию своих знаний, проводить классификации'



Все ли верно в предлагаемой схеме? Вспомните все условия классификации и на основании требований к классификации, сделайте аргументированный вывод.

Задание 5. На ближайших уроках мы научимся решать неравенства, вида

а) $(x - a)(x - b)(x - c) \geq 0$

б) $(x - a)^2(x - b)^3(x - c) \geq 0$

в) $(ax - b)(nx - m)(cx - d) \geq 0$

1) Составьте свой конкретный пример (примеры) и поищите общие подходы к решению неравенств, типа а) или б) или в) или все случаи. Опишите предлагаемые способы решения.

2) Опишите как вы думали:

- какие известные знания использовали;
- что анализировали, сравнивали (объекты анализа);

- выделите главную идею, находку.

Задание 6.

Бабушка печет блины. К приходу внука из школы на тарелке 17 блинов. Придя, внук ест 4 блина, бабушка подкладывает 3 новых. Маленький обжора уходит, съев 24 блина. Сколько блинов осталось на тарелке?

Задание 7.

Проанализируйте все задания

- какое самое интересное для вас
- какое самое трудное
- над каким вы подумаете дома, если не успели решить.

10 класс

Задания на проверку умения работать с текстом:

1. Конспектировать
2. Извлекать информацию а) явную, б) неявную
3. Отвечать на вопросы
4. Применять теорию в задачах.

Задания:

- 1) Изучить п.23, параллельно составить план-конспект
- 2) Составить 2 вопроса: тонкий и толстый к п. 23.
- 3) Провести анализ понятия на аналогию, то есть: определить какому понятию аналогично определение взаимно перпендикулярных плоскостей.
- 4) Могут ли 2 плоскости, каждая из которых перпендикулярна третьей, быть
 - а. параллельными плоскостями
 - б. быть перпендикулярными плоскостями (+ чертежи).
- 5) Докажите, что плоскости двух линейных углов двугранного угла параллельны.
- 6) Дайте самооценку следующим умениям (в 3-х балльной системе)

Умения	Самооценка
1. Умение конспектировать	
2. Умение находить аналогию	
3. Применять информацию а) явную б) неявную	
4. Умение переводить формулировку теоремы в условие (дано) и заключение (доказать).	
5. Степень понимания теоремы: признаки перпендикулярности 2-х плоскостей.	

7) * задача 171

8 класс

ФИО _____

Диагностика регулятивных универсальных учебных действий.

Умение ставить цель урока

Тема: Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

Моя цель:

8 класс

Диагностика универсальных учебных действий.

Спецификация

1. Назначение контрольно-измерительных материалов (КИМ): проверить сформированность ПУУД, КУУД, которые отрабатывались в I полугодии.

2. Структура КИМ.

В КИМ представлены две группы заданий:

- задания репродуктивного уровня;
- задания повышенного уровня.

Задания репродуктивного характера, это:

Задания 1-8 – проверяют умения применять алгоритм определения причинно-следственных связей (по 1 баллу);

Задание 9 – умение давать определение через род и вид (2 балла);

Задание 10 – умение извлекать информацию (1 балл);

Задание 11 – умение определять неявную информацию (2 балла);

Задание 12 – понимание информации, смысловое чтение (2 балла);

Задание 13 – умение передавать информацию (2 балла);

Задание 14 – умение переводить информацию из одного вида в другой (2 балла);

Задание 15 – умение решать проблемные задачи, применяя алгоритм о причинно-следственных связях:

задание 15.1 – умение выделять следствие (1 балл);

задание 15.2 – умение определять объект анализа (2 балл);

задание 15.3 – умение определять компоненты анализа (2 балл);

задание 15.4 – умение определять неявно выраженные дополнительные характеристики (2 балл);

задание 15.5 – умение определять связи между объектами (2 балл);

задание 15.6 – умение решать проблему на основе анализа (4 балла);

Таблица оценивания

№ зад	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6
Баллы	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	4

Итого: 32 балл

% выполнения задания	Количество баллов	Уровневая шкала
86-100	28-32	Высокий уровень
66-84	22-27	Повышенный
50-65	16-21	Базовый
Менее 50	1-15	Не достиг базового уровня

**Диагностическая работа по проверке сформированности ПУУД,
КУУД**

Задача: В клетке сидят фазаны и кролики, всего у них 18 ног. Сколько кроликов и сколько фазанов сидит в клетке?

Задания:

1) выделить в вопросе следствие. Следствие в математической задаче – это результат, который необходимо получить. Выбери правильный ответ:

- а) получить уравнение, в котором будет представлено количество ног фазанов и количество ног кроликов.
- б) выяснить количество фазанов и количество кроликов.

2) Выделить в следствии объект анализа, то есть вещь, процессы, явления, количество, к которому привели данные причины. Объект отвечает на вопросы: что или кто или сколько.

Выбери правильный ответ:

- количество фазанов и количество кроликов
- количество ног и всех фазанов, у всех кроликов.

3) Осуществи описание компонентов анализа, то есть определи, чем характеризуются выделенные тобой компоненты. Выбери правильный ответ

- количество фазанов и количество кроликов неизвестно, то есть x и y .
- у каждого фазана 2 ноги, а их количество неизвестно, то есть x , у кролика 4 ноги, их количество y .

4) Выдели неявно выраженные в тексте дополнительные условия:

- кроме количества ног у фазанов и кроликов дополнительных условий нет.
- неявное условие количества ног у фазанов и количество ног у кроликов.

5) Установи связи между выделенными объектами анализа:

- известно сколько всего ног, значит можно составить уравнение.
- учитывая, что всего ног 18, составим уравнение $2x+4y=18$

6) Как называются такие уравнения, в чем их особенность:

- линейное уравнение с двумя неизвестными. Их особенность в том, что часто они имеют множество решений;
- уравнения 1 степени, часто решаются методом перебора.

7) Переформулируй задачу, то есть замени прописанный вопрос более конкретным на основе составленного уравнения

- учитывая составленное уравнение, найти x и y , тем самым определить количество фазанов и количество кроликов
- решить уравнение, предварительно упростив его.

8) Для решения уравнения воспользуйся методом перебора, заполни таблицу, выразив в уравнении x , то есть $x = \dots$

	1	2	3	4

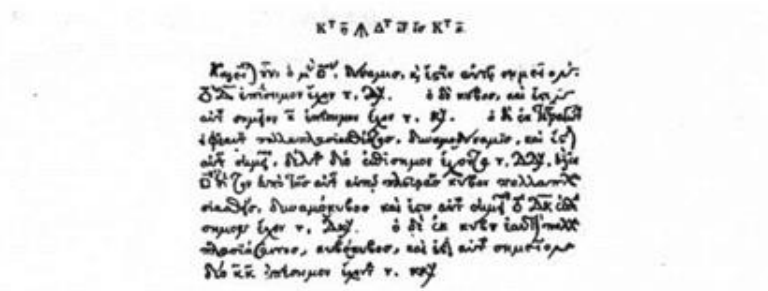
Запиши варианты ответов:

Подобные уравнения встречаются часто. Особенность их состоит в том, что уравнение содержит две или более переменных, и требуется найти все целые или натуральные их решения. Эти уравнения рассматривались ещё в глубокой древности. Уравнениями в целых числах много занимался древнегреческий учёный Диофант Александрийский (III век н. э.), автор «Арифметики» — книги, посвящённой решению алгебраических уравнений. Нередко о нём говорят как об отце алгебры.

Он изобрёл большое число способов решения подобных уравнений, поэтому их часто называют диофантовыми уравнениями.



Диофант
Александрийский



Лист из «Арифметики» Диофанта (рукопись XIV века).
В верхней строке записано уравнение: $x^3 + 8 - x^2 + 16 = x^3$

9) На основе прочитанного текста сформулируйте определение «диофантово уравнение».

Диофантово уравнение – это _____

10) Какое уравнение записано?

$$K^T \bar{\eta} \wedge \Delta^T \bar{F} \dot{\sigma} K^T \bar{a}.$$

Ответ: _____

11) Используя найденные решения задачи о фазанах и кроликах, заполните пропуск.

Если в клетке сидят 5 фазанов, то в ней сидят _____ кроликов (-а).

12) Решая задачу о фазанах и кроликах, Илья выразил y через x : $y = \frac{9-x}{2}$

. Далее он получил такую таблицу:

y	1	2	3	4	5	6	7
x	4	—	3	—	2	—	1

Объясните, почему в некоторых ячейках таблицы он поставил прочерк.

Объяснение:

13) Представь, что тебе надо объяснить другу, который проболев, как решать задачи типа приведенной выше методом перебора. Дай краткое объяснение.

14) Диофант был первым греческим математиком, который рассматривал дроби наравне с другими числами. Наверное, именно поэтому ему посвящена следующая эпитаграмма- задача, известная с X века.

Прах Диофанта гробница почит; дивись ей и камень —
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребёнком И половину
шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругой он обручился;
С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил,
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.

(Пер. С. Н. Боброва)

Сколько лет прожил Диофант?

Ответ: _____

15) В 8,9 классах изучается несколько формул площади треугольника.

Представь, что ты уже знаешь формулы $S = \frac{ah}{2}$;

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. И тебе необходимо доказать новую формулу

$S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$, где a и b – стороны, а α -угол между ними.

- сделай чертеж, запиши что дано, что надо доказать.

- выполни доказательство, используя алгоритм о причинно-следственных связях (см. задачу о фазанах и кроликах).

Чертеж:

Дано:

Доказать:

15.1) Выдели, запиши следствие – в теоремах это требование: что надо доказать:

15.2) Выдели в следствии объект анализа. Объект – это то, на что направлена будет мысль: отвечая на вопросы «что это?», «зачем это?», запиши объект анализа. Сформулируй цель анализа.

15.3) Определи компоненты (составные части) объекта анализа, то есть из чего он состоит, как он определяется, получается. Охарактеризуй его

15.4 Определили неявно выраженные дополнительные характеристики. Дай их описание.

15.5) Определи связи между компонентами анализа

15.6) Докажи теорему, переформулировав задание

9-10 класс

Диагностическая работа по проверке сформированности ПУУД, КУУД.

1. Задание.

ПУУД: умение находить в несплошном тексте нужную информацию и использовать её при решении жизненных задач.

Уже несколько тысяч лет человечество выращивает «шарицу полей» кукурузу. Кукуруза заряжает человека энергией, укрепляет иммунную систему и обогащает организм необходимыми микроэлементами. На рисунке приведены пищевые характеристики консервированной кукурузы.



Пищевая ценность (содержание в 100 г продукта)

Белки	Жиры	Углеводы	Калории ^{**}
2,87 г	0,6 г	9,9 г	57,8 ккал
3,8% [*]	0,7% [*]	2,7% [*]	2,3% [*]

* Процент от суточной нормы.

** Энергетическая ценность продукта. Определяется количеством энергии, получаемой организмом от пищевых компонентов, входящих в потребляемую пищу. Для продуктов питания энергетическая ценность указывается из расчёта на 100 г продукта, измеряется в килокалориях (1 ккал = 4,1868 кДж).

1.1 В соответствии с информацией, указанной на рисунке, определите калорийность кукурузы в этой упаковке. Ответ дайте с точностью до десятых.

Ответ: _____ ккал. *В бланк запишите только число.*

1.2 Иван на обед решил съесть баночку кукурузы. Какой процент от суточной нормы углеводов он при этом получит? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____ % *В бланк запишите только число.*

2. Задание.

ПУУД: умение выдвигать гипотезы, осуществлять доказательство, делать выводы.

РУУД: умение ставить конкретные цели, составлять план действий.

КУУД: умение составлять задания для партнера по учебе.

Задача: Дан произвольный выпуклый четырехугольник $ABCD$. Точки A_1, B_1, C_1, D_1 – середины его сторон. Какой вид четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$.

РУУД

2.1 Сформулируй цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи

2.2 Составь план действий по достижению поставленной цели

ПУУД

2.3 Пробы

2.4 Гипотеза

2.5 Доказательство (с обоснованием)

2.4 Вывод

КУУД

2.5 Рассматривая частные случаи четырехугольника $ABCD$, сформулируй для партнера по учебе задачу на доказательство, аналогичную задаче в задании 2, но конкретизируй вид четырехугольника $ABCD$ (ромб, параллелограмм, трапеция...).

Работая в сотрудничестве, докажите это утверждение.

Запиши условие и решение в свой бланк той задачи, которую предложил партнер.

3. Задание.

ПУУД:

- *умение пользоваться методом аналогий*
- *умение выдвигать гипотезы и обосновывать их.*

В 9-м классе ваше представление о понятиях синуса, косинуса расширилось для углов $\alpha \in (0^0; 180^0)$.

В 10-м классе предстоит дальнейшее расширение представлений о понятии синуса и косинуса.

Попробуйте сами открыть некоторые положения.

Задача: Зная понятия синуса и косинуса для углов от 0^0 до 180^0 ,

1. сформулируй понятия синуса и косинуса:

а) для углов $\alpha \in (180^0; 360^0)$;

б) для любого угла.

2. продолжи формулировку тождества

а) $\sin(180 + \alpha) = \dots$, где α – острый угол

б) $\cos(180 + \alpha) = \dots$ где α – острый угол

в) $\sin(270 + \alpha) = \dots$, где α – острый угол

г) $\cos(270 + \alpha) = \dots$ где α – острый угол

Объяснить: почему выбрано именно такое равенство.

3.1 Гипотезы

а)

б)

в)

г)

3.2 Обоснования. Обоснуй одно тождество.

3.3 Выводы

4. Задание.

Рассматривая понятия синуса и косинуса для $\alpha \in [0^0; 180^0]$, мы определили, что $\sin \alpha > 0$ в I и II четверти, а $\cos \alpha > 0$ при $\alpha \in (0; 90)$, $\cos \alpha < 0$ при $\alpha \in (90; 180)$

Задания:

4.1. рассмотри знаки $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ для углов в III и IV четверти, обоснуй.

4.2. обобщить выдвинутые гипотезы для любого угла в каждой четверти для $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.

5. Задание.

Умозаключения по аналогии активно используется в математике. Особенно при выдвижении гипотез. Схема умозаключения по аналогии выглядит следующим образом:

Объект А обладает свойствами $X_1, X_2, \dots, X_n, Y$

Объект В обладает свойствами $X_1, X_2, \dots, X_n,$

Вероятно, объект В обладает свойством Y .

Получаем гипотезу. Её следует доказать или опровергнуть.

Пример: Числа и векторы имеют довольно много сходных свойств и отношений. Перечислим некоторые из них:

	Числа	Векторы
X_1	Можно складывать	
X_2	$a + b = b + a$	$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
X_3	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
X_4	Можно перемножать	
X_5	$a \cdot b = b \cdot a$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
Y	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	?

Делаем умозаключение: вероятно, для любых трех $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ выполняется равенство $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

Задания: выяснить, верна ли данная гипотеза. (Подсказка: нужно вспомнить определение векторов).

Источники информации:

Задача на доказательство:

1) I вариант: Статья Позднякова Е.В., Фоминых А.В. Проектирование диагностического инструментария для определения уровня сформированности УУД в курсе математики основной школы.

5-6 класс

Спецификация

Контроль, оценка сформированности УУД.

1. Назначение данной работы, цель – определить уровень достижения учащимися метапредметных результатов.

2. Структура КИМ.

Работа содержит две части.

В первой части содержится материал, который позволяет оценить ПУУД и КУУД учащихся, работу с текстом:

- осознавать смысл текста (1, 2, 5, 6 задания);
- выбирать, извлекать нужную информацию (3, 4, 8 задания);
- умение находить соответствие между объектами (2 задание);
- выявлять причинно-следственные связи (4 задание);
- выявление неявной информации (7 задание);
- анализировать информацию, сопоставлять факты, делать выводы (9, 10, 11 задание)
- умение составлять заголовок (1 задание).

Во второй части представлен материал на проверку понимания, осмысления. Вопросы по культуре учебного труда. Проверяется:

- понимание смысла, назначения учебного труда, то есть учащиеся должны четко представлять на уровне 5-6 класса что значит «уметь учиться» (12 задание);
- проверяется знание основных компонентов ТДМ (технологии деятельностного метода) через понимание вопроса «Что такое «пробное действие»?» (13 задание);
- знание сути, этапов планирования (14 задание);
- проверяется осознание личностной значимости знаний на основе вопроса «кому и для чего нужны результаты твоей учебной деятельности?». (15 задание).

Распределение заданий по уровням сложности

	Уровни	Кол-во заданий	%
1	Задания репродуктивного уровня	11	73%
2	Задания продуктивного уровня	4	27%
	Итого:	15	100%

Время выполнения заданий

1 Чтение текстов	10 мин
2. Выполнение заданий	27 мин
3. Инструкции для учащихся	5 мин
4. Валеологическая пауза	3 мин
Итого:	45 минут

Обобщенный план работы

Условные обозначения:

Р – репродуктивный уровень;

П – продуктивный уровень;

ВО – выбор ответа;

КО – краткий ответ.

№	Планируемый метапредметный результат	Тип ответа	Уровень сложности	Примерное время выполнения	Максимальный балл
1	Осознание смысла текста, умение составлять заголовок	ВО	Р	1 мин	1
2	Осознание смысла текста, умение находить соответствие между объектами	ВО	Р	1 мин	1
3	Умение выбирать, извлекать нужную информацию	ВО	Р	2 мин	1
4	Умение выбирать, извлекать нужную информацию	ВО	Р	1 мин	1
5	Осознавать смысл текста	ВО	Р	1 мин	1
6	Осознавать смысл текста	ВО	Р	1 мин	1
7	Выявление неявной информации	КО	Р	2 мин	2
8	Выбирать, извлекать нужную информацию	ВО	Р	1 мин	1
9	Анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы	ВО	Р	1 мин	1
10	Анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы	ВО	Р	2 мин	1
11	Анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы	КО	Р	2 мин	1
12	Осознание и умение сформулировать обобщенную цель учебной деятельности	КО	П	3 мин	2
13	Способность выделять,	КО	П	3 мин	2

№	Планируемый метапредметный результат	Тип ответа	Уровень сложности	Примерное время выполнения	Максимальный балл
	формулировать учебную задачу				
14	Умение планировать свою деятельность	КО	П	3 мин	2
15	Осознание смысла и назначения учебной деятельности	КО	П	3 мин	2

Система оценивания отдельных заданий и работы в целом

I вариант

№ задания	Критерии оценивания	Правильный ответ			
1	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Правильные ответы: №3; №4; №3+№4 Если выбран один из вариантов правильных ответов, то 1 балл			
2	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	За изобретения За развитие космонавтики			
3	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	<i>год</i>	<i>событие</i>	<i>город</i>	
		1857	Рождение будущего ученого	Рязань	
		1869	Поступление в гимназию	Вятка	
		1869	Костя лишился матери	Вятка	
		1873	Поступление в Высшее техническое училище	Москва	
4	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	- Косте было тяжело учиться из-за потери слуха - Костя переживал смерть матери и не мог заниматься учебной.			
5	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Золото добывают из земли, а знания из книг.			
6	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Отцовские деньги Константин тратил на книги и оборудование для опытов.			
7	2б все ответы верные	<i>Стакан (шт)</i>	<i>Обычная вода</i>	<i>Сильногазированная вода (гр)</i>	<i>Виноградинки (шт)</i>

№ задания	Критерии оценивания	Правильный ответ			
	1б – неверный 1 ответ 0 б – более 1 ответа неверного		(гр)		
		2	200 гр	600 гр	2
8	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	- Использовали воду двух видов. - Наблюдали за погруженными в воду виноградинками в течение некоторого времени.			
9	1б – правильный ответ 0 б – не все ягоды перечисленны й	Виноград, смородина, вишня			
10	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Денис			
11	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Ева 3; Вика 2; Дима 1; Костя 4;			
12	2 б - полный ответ. 1б – неполный ответ. 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный) ответ:</u> Ответ считается полным, если в тексте ответа содержится формулировка двух существенных компонентов процесса учения: «Учиться - это значит, когда сам что-то пытаешься сделать и это не получается, <u>во-первых, понять, чему тебе надо научиться, а во-вторых, самому (как условие) приобрести нужные знания и умения</u> и потом успешно сделать то, что раньше не получалось». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущен один из двух выделенных существенных компонентов процесса учения и/или не указаны два необходимых условия для его начала и завершения, содержащиеся в полном ответе. <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на существенные компоненты процесса учения и необходимые условия для его возникновения и завершения. -			
13	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б –	<u>Полный (примерный) ответ:</u> «Пробное действие - это такое действие ученика, которое позволяет ему проверить, может ли он сделать то, что раньше не изучал и не делал». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущено указание на основное назначение пробного			

№ задания	Критерии оценивания	Правильный ответ
	отсутствует ответ	действия («проверка возможностей») и/или не указаны необходимые условия для его проявления («выполнение задания, способ решения которого раньше не изучался»). <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на назначение пробного действия и не указано необходимое условие для его проявления.
14	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный ответ):</u> Ответ считается полным, если в тексте содержится формулировка трех существенных компонентов процесса планирования: 1) постановка (или формулирование) цели, 2) постановка задач (то есть определение состава и последовательности I сх действий, которые позволяют осуществить данную цель) и 3) определение сроков реализации конечной цели и промежуточных действий.. <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущены один или два из выделенных выше существенных компонентов процесса планирования учебных действий. <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на существенные компоненты процесса планирования учебных действий.
15	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный) ответ:</u> «Знания и умения нужны <u>мне</u> для <u>последующей учебы, успешной работы и жизни</u> ». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущен хотя бы один из четырех выделенных существенных компонентов в ответе». <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на все существенные компоненты.

II вариант

№ за д	Критерии оценивания	Правильный ответ			
1	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Правильные ответы: №3; №4; №3+№4 Если выбран один из вариантов правильных ответов, то 1 балл			
2	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	За хорошую физическую подготовку к полету За умение быстрее всех принимать решение			
3	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	г од	Событие	Область/ город	
		1934	Рождение будущего космонавта	Смоленс кая область	
		1941	Поступление в 1 класс	Смоленс кая область	

№ за д	Критерии оценивания	Правильный ответ				
		1944	Школа вновь распахнула двери для учебы	Смоленская область		
		1961	Полет в космос с человеком на борту	Байконур		
4	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	В 1941 году началась Великая Отечественная война. В войну не хватало учебников и бумаги.				
5	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Никогда не бывает слишком поздно учиться.				
6	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Юра был честным мальчиком: ему доверяли раздавать хлеб в военное время. Юрий Гагарин всегда уступал свое место погреться возле печи в классе.				
7	2б все ответы верные	Трубочки	Картофель (шт)	Яблоко (шт)	Груша (шт)	Ножницы
	1б – неверный ответ 0 б – более 1 ответа неверного	3	2	2	2	1
8	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Зажимали один конец трубочки пальцем. Использовали укороченные трубочки для коктейля.				
9	1б – правильный ответ 0 б – не все варианты перечисленный	деревянная палочка-шпатель; зажатая с одного конца укороченная трубочка для коктейля				
10	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Глеб				
11	1б – правильный ответ 0 б – неверный ответ	Лида 3 Аня 2 Захар 1 Камиль 4				
12	2 б - полный ответ. 1б – неполный ответ. 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный) ответ:</u> Ответ считается полным, если в тексте ответа содержится формулировка двух существенных компонентов процесса учения: «Учиться - это значит, когда сам что-то пытаешься сделать и это не получается, <u>во-первых, понять, чему тебе надо научиться</u>, а <u>во-вторых, самому (как условие) приобрести нужные знания и умения</u> и потом успешно сделать то, что раньше не получалось». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущен один из двух выделенных существенных компонентов процесса учения и/или не указаны два необходимых условия для его				

№ за д	Критерии оценивания	Правильный ответ
		начала и завершения, содержащиеся в полном ответе. <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на существенные компоненты процесса учения и необходимые условия для его возникновения и завершения. -
13	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный) ответ:</u> «Пробное действие - это такое действие ученика, которое позволяет ему проверить, может ли он сделать то, что раньше не изучал и не делал». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущено указание на основное назначение пробного действия («проверка возможностей») и/или не указаны необходимые условия для его проявления («выполнение задания, способ решения которого раньше не изучался») <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на назначение пробного действия и не указано необходимое условие для его проявления.
14	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный ответ):</u> Ответ считается полным, если в тексте содержится формулировка трех существенных компонентов процесса планирования: 1) постановка (или формулирование) цели, 2) постановка задач (то есть определение состава и последовательности их действий, которые позволяют осуществить данную цель) и 3) определение сроков реализации конечной цели и промежуточных действий.. <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущены один или два из выделенных выше существенных компонентов процесса планирования учебных действий. <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на существенные компоненты процесса планирования учебных действий.
15	2б – полный ответ 1б – неполный ответ 0б – отсутствует ответ	<u>Полный (примерный) ответ:</u> «Знания и умения нужны <u>мне</u> для <u>последующей учебы, успешной работы и жизни</u> ». <u>Неполный ответ:</u> Ответ считается неполным, если пропущен хотя бы один из четырех выделенных существенных компонентов в ответе». <u>Отсутствует ответ:</u> Отсутствуют указания на все существенные компоненты.

Итоговое оценивание

1-9 баллов	Не достиг базового уровня	Меньше 50%
10-13 баллов	Базовый уровень	50-60%
14-17 баллов	Повышенный уровень	66-85%
18-20 баллов	Высокий уровень	86-100%

Комплексная работа для учащихся 5-6 классов

I вариант

I часть

Прочитай текст, чтобы выполнить задания с 1 по 6.

Жизнь замечательных детей

Константин Циолковский родился 17 сентября 1857 года в селе под Рязанью. Первые 10 лет жизни Костя страстно любил читать и читал все, что можно было достать. Любил мечтать и даже платил младшему брату, чтобы тот слушал его фантазии. Как-то зимой, лет в 11, Костя долго катался на салазках, простудился, заболел, и после болезни сильно оглох. По этой причине Костя не посещал школу и завидовал братьям, которые могли учиться.

В 1869 году, в 12 лет Костя поступил в гимназию. Семья в это время жила в Вятке. Однако глухота мешала учебе: "Учителей я совершенно не слышал или слышал одни неясные звуки". На тринадцатом году жизни Костя лишился матери. Горе от потери матери и глухота привели к тому, что во втором классе гимназии Костя остался на второй год, а из третьего класса был отчислен. После этого Константин уже никогда и нигде не учился — занимался исключительно самостоятельно.

С детства у Циолковского проявились склонности к изобретательству. Уже в 11 лет он мастерил кукольные коньки, домики, санки, часы с гирями. А к 14-ти годам он делал самодвижущиеся коляски и локомотивы, приводимые в движение спиральной пружиной. Юноша изготовил собственный токарный станок, на котором точил дерево.

Отец, воодушевлённый изобретательскими успехами сына, отправил его поступать в Высшее техническое училище в Москве. Однако сын, приехав в Москву, так и не стал никуда поступать: "Что я мог сделать там со своей глухотой! Без знания жизни я был слепой в отношении карьеры и заработка. Я получал из дома 10-15 рублей в месяц, питался одним черным

хлебом, не имел даже картошки и чаю. Зато покупал книги и оборудование для опытов.

Я был все же счастлив своими идеями, и черный хлеб меня несколько не огорчал". В Москве Циолковский самостоятельно изучал разные науки, ходя в единственную тогда бесплатную библиотеку. Через три года Циолковский переехал в Вятку и работал учителем, причём очень успешным, поскольку умел доступно объяснять непонятное. Константин Эдуардович Циолковский - выдающийся российский ученый, философ, основоположник современной космонавтики.

1. Начало заголовка этого интересного текста уже есть. Выбери вариант его окончания, то есть выбери более конкретный заголовок или заголовки, подчеркни их.

№1 - глухой мальчик Костя

№2 - маленький изобретатель Циолковский

№3 - российский ученый Константин Циолковский

№4 - детство Константина Циолковского



Циолковскому 5 лет

2. Прочитав текст, Гриша удивился тому, что ученый-самоучка Константин Циолковский получил звание выдающегося российского ученого. Почему это произошло? Выбери правильные варианты.

Циолковский стал
выдающимся ученым

- ☐ за изучение наук
- ☐ за изобретения
- ☐ за отличную учебу
- ☐ за прочтение книг
- ☐ за развитие космонавтики

3. Используя информацию из текста, заполни пропуски таблицы

год	событие	город
	Рождение будущего ученого	

	Поступление в гимназию	Вятка
1869	Костя лишился матери	Вятка
1873	Поступление в Высшее техническое училище	

4. Гриша задумался, почему Костю Циолковского отчислили с третьего класса гимназии? Выбери два подходящих ответа, отметь знаком +.

Косте было не интересно учиться в гимназии.

Косте было тяжело учиться из-за потери слуха.

Костя переживал смерть матери и не мог заниматься учебой.

Отец Циолковского запретил мальчику посещать гимназию.

5. Жизнь выдающегося ученого К. Циолковского может быть примером для многих. Какая из пословиц лучше описывает его дружбу с книгами? Подчеркни выбери верные ый ответы.

На родной стороне и камешек знаком.

Доброе дело два века живет.

Золото добывают из земли, а знания из книг.

Знание не водица - в рот само не станет литься.

6. Читая историю детства Циолковского, Гриша понял, почему Константин питался одним только черным хлебом. Прочитай его выводы, отметь знаком + верные.

☐ Циолковский очень любил черный хлеб.

☐ Отцовские деньги Константин тратил на книги и оборудование для опытов.

☐ Из-за глухоты Константин не мог устроиться на работу.

☐ По медицинским показаниям Константину было запрещено есть другие продукты.

Прочитай описание эксперимента, чтобы выполнить задания 7, 8, 9.

Яна и Катя знали, что виноградинки тонут в воде. Они налили по 200 гр. обычной и сильногазированной воды в стаканы. Затем стали опускать по одной виноградинке в каждый стакан. Девочки наблюдали, что в обычной воде виноградинка тонула, а во втором стакане она покрывалась пузырьками воздуха и те поднимали ее на поверхность воды. Очень красиво! Но через время, когда пузырьки газа лопались, виноградинка опускались на дно стакана. Девочки провели эксперимент три раза, причем сильногазированную воду всегда меняли, а обычную - нет. Виноградинки использовали те же.

7. В таблицу допиши количество оборудования для проведения этого эксперимента

<i>Стакан (шт)</i>	<i>Обычная вода (гр)</i>	<i>Сильногазированная вода (гр)</i>	<i>Виноградинки (шт)</i>

8. Какие условия соблюдали девочки, чтобы эксперимент получился? Отметь необходимое.

- ☐ использовали разные сорта винограда
- ☐ использовали воду двух видов
- ☐ использовали воду разных температур
- ☐ наблюдали за погруженными в воду виноградинками в течение некоторого времени

9. Девочки поняли, что именно небольшие и круглые ягоды можно использовать, чтобы гостям показать такой красивый фокус! Подчеркни, какие из перечисленных ягод подойдут.

виноград, смородина, слива, груша, яблоко, вишня

Изучи данные таблицы, чтобы выполнить задание 10.

Продолжительность учебного года

№ четверти	Дата		Количество учебных недель
	Начало четверти	Окончание	

		четверти	
1-я четверть	01.09.2016	30.10.2016	8,5
2-я четверть	07.11.2016	28.12.2016	7,5
3-я четверть	12.01.2017	22.03.2017	10
4-я четверть	30.03.2017	26.05.2017	8

10. Составляя таблицу, шестиклассники школы №61 Челябинска узнали о продолжительности учебного года. Ксюша сказала: «Третья четверть самая длинная, а первая и четвертая - одинаковые по продолжительности». Валера сказал: «Одна четверть в году составляет 10 учебных недель, а остальные четверти на 2 учебных недели меньше». А Денис ответил: «Все четыре четверти в году имеют разное количество учебных недель». Кто из ребят прав? Отметь знаком +.

☐ *Ксюша* ☐ *Валера* ☐ *Денис*

11. Дима нашел на сайте школы №61 информацию о продолжительности учебного года. Вика составила пустую таблицу, Костя отправил заполненную таблицу по электронной почте классному руководителю. Ева вписала все полученные данные в таблицу. Запиши цифрами от 1 до 4 последовательность действий ребят.

Ева ____ *Вика* ____ *Дима* ____ *Костя* ____

II часть

Прежде чем отвечать на представленные ниже задания, прочти текст.

Следующие 5 заданий посвящены пониманию вопросов об умении разумно учиться. Задумайся над вопросом: **как лучше организовать свой учебный труд?** Это очень полезный, важный вопрос. При изучении нового материала на уроке или самостоятельно, особенно на таких предметах, как математика, физика, химия и других, постоянно возникают затруднения или учитель ставит проблему. И надо найти новый способ решения.

Например, появились десятичные дроби, а как их складывать, умножать, делить? Ученик, а когда-то раньше ученый, на основе имеющихся знаний

пытается решить проблему и пробует её решить (отсюда термин «пробное действие»), ставит себе цель, ищет способ решения. А можно просто прочитать учебник, спросить у друга. Но, ум развивается активнее, если ученик стремится сам учиться, самостоятельно открывает знания, догадывается.

Итак, ниже предложены вопросы об умении учиться. Не спеши отвечать на них, вначале подумай и постарайся конкретно, четко написать как ты считаешь.

Эти задания выполняются на листочках.

Надо будет выразить свои мысли в нескольких предложениях от 1-2 до 5 предложений.

12. Учащиеся занимаются особой работой, учебной деятельностью, то есть они учатся. Если бы тебе пришлось рассказать другим ученикам о том, что значит «учиться», как бы ты ответил на этот вопрос?

13. Что такое «пробное действие» и для чего оно осуществляется?

14. Назови этапы, которые входят в состав процесса планирования учебных действий, то есть представь себе, что ты хочешь изучить новый материал, или подготовиться к зачету, и тебе нужно составить план твоих действий, что входит в состав планирования; опиши этапы.

15. Кому и для чего нужны результаты твоей учебной деятельности?

Комплексная работа для учащихся 5-6 классов

II вариант

I часть

Прочитай текст, чтобы выполнить задания с 1 по 6.

Жизнь замечательных детей

Первый космонавт мира Юрий Алексеевич Гагарин родился в семье крестьянина и доярки Гагариных 9 марта 1934 года в Смоленской области. В 1941 году, когда мальчику исполнилось 7 лет, он пошел в школу. Очень любил маленький ученик пускать бумажные самолетики. Войдет на урок учительница, а ей навстречу самолетик летит.

- Кто это расшалился? — спрашивает учительница. И ей радостно улыбается ученик Юра.

- Ой, Юра, Юра, что с тобой будет, когда ты вырастешь!

Но началась война, и об учебе пришлось забыть на несколько лет. Лишь в 1944 году школа вновь распахнула двери. Учиться было трудно. Не хватало даже бумаги. В те тяжелые годы Юра совершил два подвига. Один - даже сам не зная об этом. Это случилось так. В то время было очень голодно и детям давали в школе на завтрак маленький кусочек хлеба с сахаром. Однажды учительница заболела, а вместо нее стал носить хлеб Юра, потому что он был самый честный. Зимой в школе было холодно и прямо в классе топили печь. Все ребята прижимались к печке, а тем, кто приходил последний, не хватало места, и Юра предлагал свое. Но никакие трудности не смогли помешать детям, жившим в послевоенное время, получить образование. Маленький Юра пошел сразу в третий класс, а к окончанию учебного года стал лучшим учеником. Из школьных предметов Юрий Гагарин особенно любил историю, математику и литературу. Гагарина интересовало многое, он любил музыку, спорт, хорошую шутку.

12 апреля 1961 года весь мир взбудоражило ошеломляющее известие - состоялся полет в космос корабля «Восток» с человеком на борту. Почему

первым космонавтом стал именно Юрий Гагарин? Решающее слово в пользу именно этого человека сказал главный конструктор космического корабля Сергей Павлович Королев. Почему Королёв выбрал именно Гагарина? Юрий Гагарин был физически подготовлен, как и все остальные космонавты, но он умел очень быстро, быстрее всех, принимать важные решения.

Задания

1. Начало заголовка этого интересного текста уже есть. Выбери вариант его окончания, то есть выбери более конкретный заголовок или заголовки, подчеркни их.

№1 - добрый мальчик Юра

№2 - лучший ученик Юрий Гагарин

№3 - первый космонавт Юрий Гагарин

№4 - детство Юрия Гагарина

2. Прочитав текст, Семен удивился тому, что Сергей Королев доверил именно Юрию Гагариному первым полететь в космос. Почему это произошло? Выбери правильные варианты.

за сдачу всех экзаменов на «пять»

за хорошую физическую подготовку к полету

за умение шутить

за умение быстрее всех принимать решения

3. Используя информацию из текста, заполни пропуски таблицы.

Год	Событие	Область/Город
	Рождение будущего космонавта	
	Поступление в 1 класс	Смоленская область
	Школа вновь распахнула двери для учебы	Смоленская область
	Полет в космос с человеком на борту	Байконур

4. Семен задумался, почему в детстве Юра Гагарин начал учиться с третьего класса? Выбери два подходящих ответа.

В Смоленской области не было школ.

Маленький Юра помогал матери по хозяйству.

В 1941 году началась Великая Отечественная война.

В войну не хватало учебников и бумаги.

5. Жизнь первого космонавта Юрия Гагарина может быть примером для многих. Какая из пословиц лучше описывает его жизненные успехи?

Правда дороже золота.

Никогда не бывает слишком поздно учиться.

Ленивому всегда праздник.

Без хорошего труда нет плода.

6. Читая историю детства Гагарина, Семен понял, какие поступки помогли мальчику стать героем. Прочитай и выберете верные выводы.

Юра был честным мальчиком: ему доверяли раздавать хлеб в военное время.

Юрий Гагарин никогда не обижал девочек в классе.

Гагарин помогал отстающим ребятам в классе.

Юрий Гагарин всегда уступал свое место погреться возле печи в классе.

Прочитай описание эксперимента, чтобы выполнить задания 7, 8, 9.

Яна и Катя знали, что если в коктейльной трубочке оставить воздух, то трубочка будет гораздо прочнее. Чтобы проверить это, Катя взяла трубочку, закрыла пальцем один конец трубочки и попробовала воткнуть ее в картофелину: не получилось, трубочка не выдержала и согнулась. Яне не удалось воткнуть две другие трубочки в яблоко и в грушу, они тоже согнулись. Тогда Катя укоротила трубочку (разрезала пополам). После этого девочка смогла воткнуть зажатую с одного конца трубочку в новые яблоко, грушу и картофелину. Эксперимент удался!

7. В таблицу допиши количество оборудования для проведения этого эксперимента.

Трубочки	Картофель (шт)	Яблоко (шт)	Груша (шт)	Ножницы

8. Какие условия соблюдали девочки, чтобы эксперимент получился?

Отметь необходимое.

применяли силу, чтобы воткнуть трубочки

зажимали один конец трубочки пальцем

использовали длинные стеклянные трубочки

использовали укороченные трубочки для коктейля

9. Теперь девочки знают, что трубочки или палочки должны быть прочными, чтобы наколоть, например, кусочек яблока для украшения праздничного торта. Подчеркни, какие из перечисленных подойдут.

длинная трубочка для коктейля; деревянная палочка-шпажка; зажатая с одного конца укороченная трубочка для коктейля; зажатая с одного конца длинная трубочка для коктейля.

Изучи данные таблицы «Продолжительность школьных каникул», чтобы выполнить задания 10,11.

Период каникул	Дата начала каникул	Дата окончания каникул	Продолжительность каникул
осенние	31.10.2016	06.11.2016	7
зимние	29.12.2016	11.01.2017	14
весенние	23.03.2017	29.03.2017	7

10. Составляя таблицу, пятиклассники школы № 61 города Челябинска узнали о продолжительности школьных каникул в 2016-2017 учебном году. Марина сказала: «Самыми длинными будут зимние каникулы, а самыми короткими - осенние». Петя сказал: «Весенние и осенние каникулы продлятся одну неделю, а зимние каникулы будут длиннее на 5 дней». А Глеб ответил: «Зимние каникулы на одну неделю дольше, чем осенние и весенние». **Кто из ребят прав?**

Марина Петя Глеб

11. Захар нашел на сайте школы № 61 информацию о продолжительности школьных каникул. Аня составила пустую таблицу, Камиль отправил заполненную таблицу по электронной почте классному руководителю.

Лида вписала все полученные данные в таблицу. Запиши цифрами от 1 до 4 последовательность действий ребят.

Лида Аня Захар Камиль

12. Учащиеся занимаются особой работой, учебной деятельностью, то есть они учатся. Если бы тебе пришлось рассказать другим ученикам о том, что значит «учиться», как бы ты ответил на этот вопрос?

13. Что такое «пробное действие» и для чего оно осуществляется?

14. Назови этапы, которые входят в состав процесса планирования учебных действий, то есть представь себе, что ты хочешь изучить новый материал, или подготовиться к зачету, и тебе нужно составить план твоих действий, что входит в состав планирования; опиши этапы.

15. Кому и для чего нужны результаты твоей учебной деятельности?